

1. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $4x^2 + 12x + 9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $2x + 1$

② $2x + 3$

③ $3x + 1$

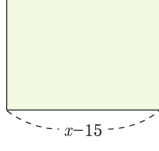
④ $3x - 2$

⑤ $3x + 5$

해설

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$ 이므로
따라서 한 변의 길이는 $2x + 3$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형의 넓이가 $x^2 - 11x - 60$ 일 때, 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

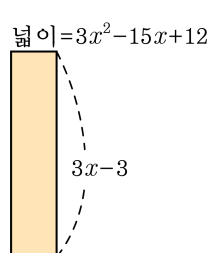
▷ 정답 : $(x + 4)$

해설

$(\text{가로의 길이}) \times (\text{세로의 길이}) = (\text{직사각형의 넓이})$
 $(x - 15)(x + 4) = (x^2 - 11x - 60)$

3. 넓이가 다음과 같은 직사각형의 세로의 길이가 $3x-3$ 일 때, 가로 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?

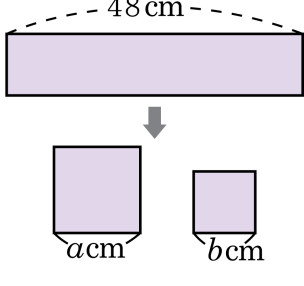
- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-3$
④ $x-4$ ⑤ $x+4$



해설

$3x^2 - 15x + 12 = (3x - 3) \times A$ 이므로 $A = x - 4$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 $a\text{ cm}$ 와 $b\text{ cm}$ 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$$\begin{aligned} 4a + 4b &= 48 \text{ 이므로 } a + b = 12 \\ \text{또, } a^2 + b^2 &= 74 \\ (a + b)^2 - 2ab &= a^2 + b^2 \\ 74 &= 144 - 2ab \\ ab &= 35 \\ (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4 \\ a - b &> 0, \ a - b &= 2 \\ \therefore a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{ cm}^2) \end{aligned}$$

5. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

6. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

7. 다음 식을 인수분해하여라.

보기

$$3ax^2 + 3ay^2 + 6axy$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $3a(x+y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 3ax^2 + 3ay^2 + 6axy &= 3a(x^2 + 2xy + y^2) \\ &= 3a(x+y)^2 \end{aligned}$$

8. $75x^2 - 12y^2 = a(bx + cy)(bx - cy)$ 일 때, 자연수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$75x^2 - 12y^2 = 3(25x^2 - 4y^2) = 3(5x + 2y)(5x - 2y)$$

$$\therefore a = 3, b = 5, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

9. $27x^2 - 72xy + 48y^2$ 를 인수분해하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $3(3x - 4y)^2$

해설

$$(\text{준식}) = 3(9x^2 - 24xy + 16y^2) = 3(3x - 4y)^2$$

10. $[a, b, c] = (-a+b)(-a+c)$ 라 할 때, $[a, c, b] + [c, a, b]$ 를 인수분해 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(a-c)^2$

해설

$$\begin{aligned} & [a, c, b] + [c, a, b] \\ &= (-a+c)(-a+b) + (-c+a)(-c+b) \\ &= (a-c)(a-b-c+b) \\ &= (a-c)^2 \end{aligned}$$

11. 다음 식을 인수분해 하여라.
 $(2y-1)x^2-2xy^2+7xy-3x-3y(2y-1)$

▶ 답 :

▷ 정답 : $(2y-1)(x+3)(x-y)$

해설

$$\begin{aligned} & (2y-1)x^2-2xy^2+7xy-3x-3y(2y-1) \\ &= (2y-1)x^2-(2y^2-7y+3)x-3y(2y-1) \\ &= (2y-1)x^2-(2y-1)(y-3)x-3y(2y-1) \\ &= (2y-1)(x^2-xy+3x-3y) \\ &= (2y-1)\{x(x-y)+3(x-y)\} \\ &= (2y-1)(x+3)(x-y) \end{aligned}$$

12. $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x$ 를 인수분해 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x \\ &= x(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \\ &= x\{x^4(x+1) + x^2(x+1) + (x+1)\} \\ &= x(x+1)(x^4 + x^2 + 1) \\ &= x(x+1)(x^4 + 2x^2 + 1 - x^2) \\ &= x(x+1)\{(x^2 + 1)^2 - x^2\} \\ &= x(x+1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

13. $x = 2 + \sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2} - 3$ 일 때, $3x^2 - 10xy + 3y^2$ 의 값을 구하면?

① $89 - 31\sqrt{2}$

② $89 - 32\sqrt{2}$

③ $89 - 33\sqrt{2}$

④ $89 - 34\sqrt{2}$

⑤ $89 - 35\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10xy + 3y^2 &= (3x - y)(x - 3y) \\ &= \{3(2 + \sqrt{2}) - (2\sqrt{2} - 3)\} \\ &\quad \{(2 + \sqrt{2}) - 3(2\sqrt{2} - 3)\} = (9 + \sqrt{2})(11 - 5\sqrt{2}) \\ &= 99 - 45\sqrt{2} + 11\sqrt{2} - 10 \\ &= 89 - 34\sqrt{2} \end{aligned}$$

14. $ab = 2$, $(a + 3)(b + 3) = 20$ 일 때, $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a + b)^3 - ab(a + b)$$

$$ab = 2, (a + 3)(b + 3) = 20 \text{ 에서}$$

$$2 + 3(a + b) + 9 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b = 3$$

$$\therefore (a + b)^3 - ab(a + b) = 3^3 - 2 \times 3 = 21$$

15. $ax - by = 2\sqrt{3} + 3$, $bx - ay = 2\sqrt{3} - 3$ 일 때, $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $24\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax - by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + 3)^2 - (-2\sqrt{3} + 3)^2 \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

16. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

17. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} b &= a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &\quad + 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$

18. $a + b = 4$, $a - b = -2$ 일 때, $a^3 - b^3 + a^2b - ab^2 + a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - b^3 + a^2b - ab^2 + a - b \\ &= a^2(a + b) - b^2(a + b) + (a - b) \\ &= (a + b)^2(a - b) + (a - b) \\ &= 4^2 \times (-2) + (-2) \\ &= -34 \end{aligned}$$