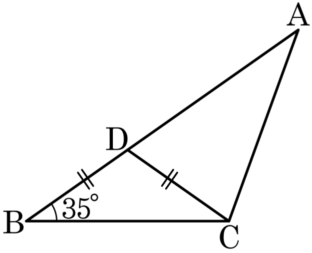
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?



① 65° ② 75° ③ 85° ④ 95° ⑤ 105°

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle CAB = 35°$

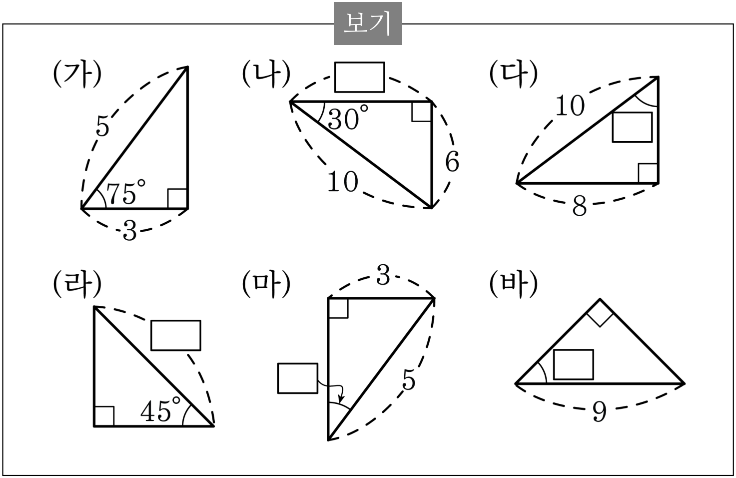
$\angle BCA = 180° - 2 \times 35° = 110°$

또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle BCD = 35°$

$\therefore \angle ACD = 110° - 35° = 75°$

2. 다음 삼각형 중에서 (가)와(마), (나)와(다), (라)와(바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?



① (나) 8　　② (다) 45 °　　③ (라) 9

④ (마)30 °　　⑤ (바)45 °

해설

② (다) 60°
④ (마) 15°

3. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
> $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
> $\angle BAD = \boxed{\text{(가)}} \cdots$ ㉠
> $\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
> $\angle B = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로
> $\angle ADB = \boxed{\text{(다)}} \cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해
> $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{\text{(라)}}$ 합동) 이므로
> $\boxed{\text{(마)}}$
> $\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

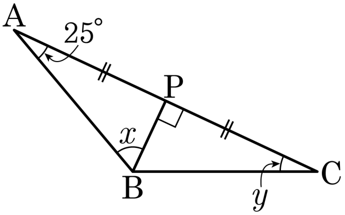
(가) ~ (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle CAD$
② (나) $\angle C$
③ (다) $\angle ADC$
④ (라) SAS
⑤ (마) $\overline{AB} = \overline{AC}$

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle B = \angle C$ 이므로
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
$\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있을 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

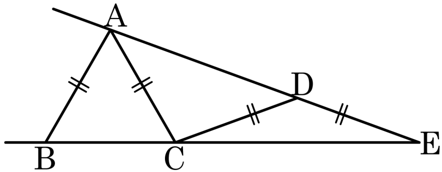


① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 110°

해설

$\angle x$는 $\angle B$를 이등분한 각이므로 $\angle CBP$와 같다.
$\triangle CBP$에서 $\angle x$와 $\angle y$의 합은 180°에서 $\angle BPC$를 뺀 것과 같다.
$\therefore \ \angle x + \angle y = 180° - 90° = 90°$

5. 다음 그림에서 $\angle E = \angle e$ 라 하고, $\angle BAC = 2\angle e + 20°$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

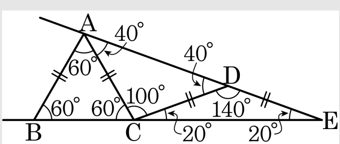
② $\angle e$ 의 크기는 $30°$ 이다.

③ $\angle ACD = 100°$ 이다.

④ $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{DE}$ 와 같다.

⑤ $\triangle ABE$ 는 직각삼각형이다.

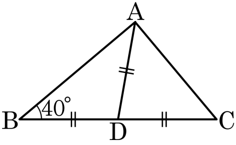
해설



② $\angle e$ 의 크기는 $20°$ 이다.

⑤ $\triangle ABE$ 는 둔각삼각형이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① 75° ② 80° ③ 85° ④ 90° ⑤ 95°

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD = 40°$

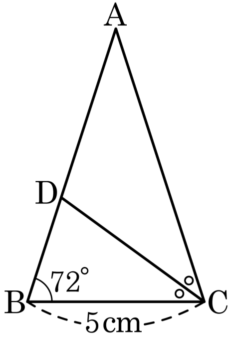
$\angle CDA = 40° + 40° = 80°$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$$

$\therefore \angle BAC = 40° + 50° = 90°$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

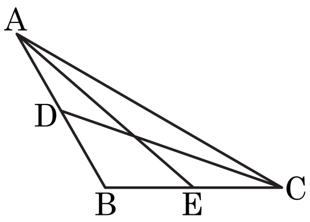


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{AE}=\overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{AB}=\overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE}=\overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
(㉮)는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle DAC=\angle ECA$ $\cdots$ ㉡
또 $\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 이므로
(㉯)$\cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{AE}$, $\overline{AD}=\overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{AE}$, $\overline{AE}=\overline{CD}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

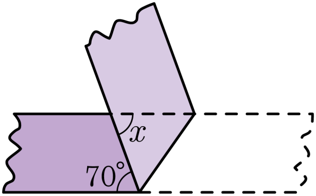
④ $\overline{AC}$, $\overline{AE}=\overline{CD}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{CE}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

해설

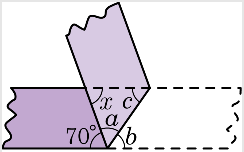
[가정] $\overline{AB}=\overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE}=\overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
($\overline{AC}$)는 공통$\cdots$㉠
$\angle DAC=\angle ECA$$\cdots$㉡
또 $\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 이므로
($\overline{AD}=\overline{CE}$)$\cdots$㉠
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.)

9. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$의 크기는?



① 60 ° ② 62 ° ③ 64 ° ④ 66 ° ⑤ 70 °

해설

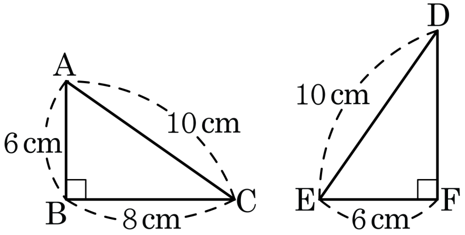


$\angle a = \angle b = \dfrac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ (종이 접은 각)

$\angle b = \angle c = 55°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 180 - (55° + 55°) = 70°$ (삼각형 내각의 합은 180°)

10. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



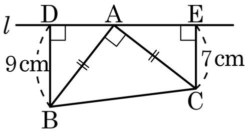
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2　② 96cm^2　③ 112cm^2

④ 128cm^2　⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

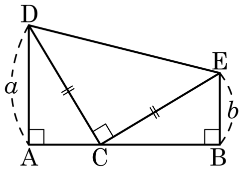
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① $\angle ADC = \angle ECB$ ② $\angle CDE = \angle CEB$

③ $\overline{AB} = \overline{DA} + \overline{EB}$ ④ $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$

⑤ $\square ABED = \frac{1}{2}(a+b)^2$

해설

$\triangle ACD$ 에서 $\angle ADC + \angle ACD = 90°$

또한, $\angle DCE = 90°$ 이므로 $\angle ACD + \angle ECB = 90°$

$\therefore \angle ADC = \angle ECB \cdots\cdots$ ㉠

$\triangle ACD$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$\angle A = \angle B = 90° \cdots\cdots$ ㉡

$\overline{DC} = \overline{CE} \cdots\cdots$ ㉢

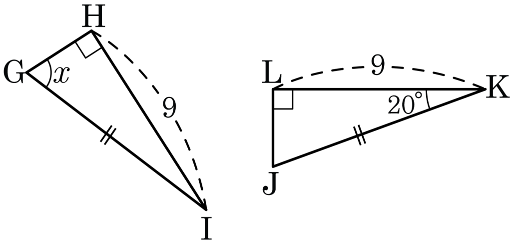
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)

즉, $\overline{AC} = \overline{EB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{DA} + \overline{EB} = a + b$

또, $\square ABED = \frac{1}{2}(a+b) \times \overline{AB} = \frac{1}{2}(a+b) \times (a+b) = \frac{1}{2}(a+b)^2$

13. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



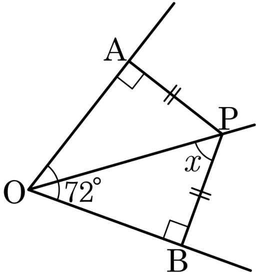
① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle$GHI, $\triangle$JLK 는 RHS 합동

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{LJK} = 180° - 90° - 20° = 70°$

14. 다음 그림에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\angle AOB=72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A=\angle B=90°$

ii) $\overline{AP}=\overline{BP}$

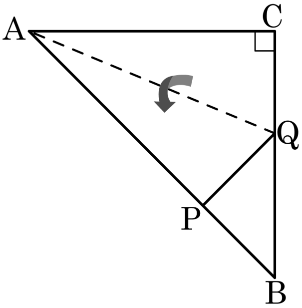
iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로

$\angle AOP=\angle BOP=36°$

$\therefore \angle x=90°-36°=54°$

15. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$ ② $\overline{AP} = \overline{AC}$

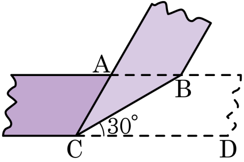
③ $\angle PAQ = \angle CAQ$ ④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

⑤ $\angle APQ = 90°$

해설

종이를 접은 모양이므로
$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90°$

16. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



① 100° ② 110° ③ 120° ④ 130° ⑤ 140°

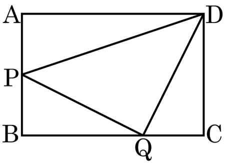
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

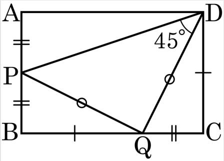
$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

17. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형ABCD에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$, $\overline{PB} = \overline{QC}$

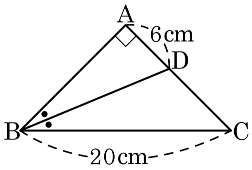
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

18. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

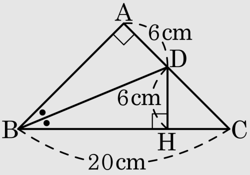


① $50\,\text{cm}^2$　② $52\,\text{cm}^2$　③ $58\,\text{cm}^2$

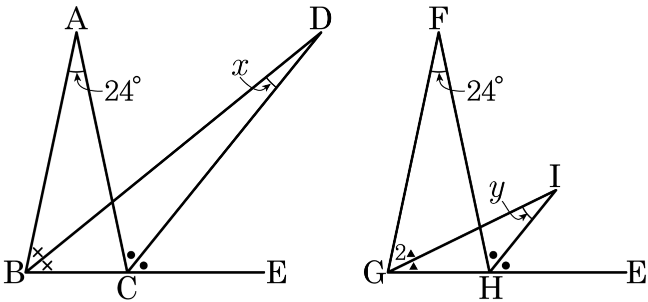
④ $60\,\text{cm}^2$　⑤ $64\,\text{cm}^2$

해설

($\triangle$DBC의 넓이) $= 20 \times 6 \times \frac{1}{2} =$ $60\ (\text{cm}^2)$

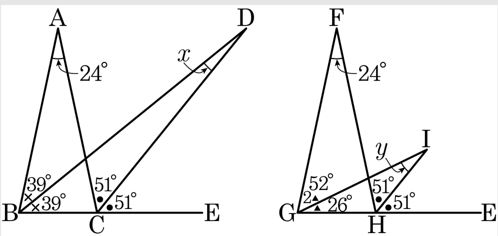


19. $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 2 : 1 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A = \angle F = 24°$ 일 때, x와 y의 차는?



① 13° ② 14° ③ 15° ④ 16° ⑤ 17°

해설

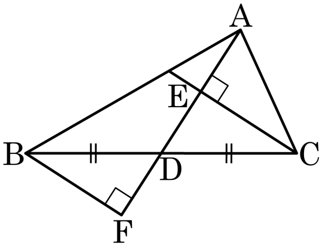


삼각형의 내각의 합은 180° 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y의 차는 $\angle DBC - \angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y의 차는 $39° - 26° = 13°$ 이다.

20. $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\angle AEC = \angle AFB = 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{CD}$

② $\overline{BF} = \overline{CE}$

③ $\overline{DE} = \overline{DF}$

④ $\triangle BFD \equiv \triangle CED$

⑤ $\angle BAF = \angle ACE$

해설

$\triangle BFD \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)