1. 다음 분수를 소수로 고칠 때, 무한소수는?

① $\frac{7}{35}$ ② $\frac{21}{45}$ ③ $\frac{45}{30}$ ④ $\frac{29}{50}$ ⑤ $\frac{3}{120}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다. 그 외의 수는 무한소수이다.

② $\frac{21}{45} = \frac{3 \times 7}{3^2 \times 5} = \frac{7}{3 \times 5}$

2. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{11}{45}$ ③ $\frac{5}{36}$ ④ $\frac{5}{66}$ ⑤ $\frac{14}{70}$

해설

$\frac{14}{70}=\frac{1}{5}$ 즉, 분모에 5 밖에 없으므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

① 분모에 11 이 있으므로 무한소수

② $\frac{11}{45}=\frac{11}{3^2\times 5}$ 이므로 무한소수

③ $\frac{5}{36}=\frac{5}{2^2\times 3^2}$ 이므로 무한소수

④ $\frac{5}{66}=\frac{5}{2\times 3\times 11}$ 이므로 무한소수

3. 높이가 $9a\,\text{cm}$ 인 원뿔의 부피가 $27\pi a^3\,\text{cm}^3$ 일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

① $a\,\text{cm}$ ② $2a\,\text{cm}$ ③ $3a\,\text{cm}$ ④ $4a\,\text{cm}$ ⑤ $5a\,\text{cm}$

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times$ (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로 밑면의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$, 밑면의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$ 라고 하면 $x = \pi r^2$

$27\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 9a$

$x = 27\pi a^3 \times \frac{1}{3a} = 9a^2\pi$

$9a^2\pi = \pi r^2$

$\therefore\ r = 3a$

4. $64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$ 을 만족하는 x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$

$(2^6)^{x-1} = (2^{-2})^{-2x-1}$

$2^{6x-6} = 2^{4x+2}$

$6x - 6 = 4x + 2$

$2x = 8$

$x = 4$

5. 인터넷 이용 요금이 다음과 같을 때, B 회사를 선택하는 것이 유리하려면 한 달 인터넷 이용 시간이 몇 시간 미만이어야 하는지 구하여라.

회사	기본요금(원)	시간당 초과요금(원)
A	30000	없음
B	18000	400

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 30 시간

해설

한 달 이용 시간을 x 시간이라 하면,
$18000 + 400x < 30000$
$\therefore\ x < 30$
따라서 B 회사를 선택하는 것이 A 회사를 선택하는 것 보다 유리하려면 한 달 이용시간이 30 시간 미만이어야 한다.

6. 진경, 지석의 한 달 평균 이동전화 사용 시간이 각각 160 분, 190 분일 때, B 요금제를 선택하는 것이 유리한 사람은 누구인지 구하여라.

	A	B
기본요금(원)	12000	19000
1분당 전화요금(원)	165	125

▶ 답:

▷ 정답: 지석

해설

한 달 동안 x분 사용한다고 하고, B 요금제를 선택하는 것이 유리하다면

$12000 + 165x > 19000 + 125x$

$x > 175$

즉, 한 달 평균 이동전화 사용시간이 175 분을 초과하는 지석이가 B 요금제를 선택하는 것이 유리하다.

7. 30 명 이상의 단체 관람객은 한 사람당 4000 원 하는 입장료의 30% 를 할인해 주는 박물관이 있다. 몇 명 이상이면 30 명의 단체 입장권을 사는 것이 유리한가?

① 20 명 ② 21 명 ③ 22 명 ④ 23 명 ⑤ 24 명

해설

x 명이 입장한다고 하면 입장료는
$4000 \times x = 4000x$ (원) 이다.
또 30 명으로 하여 단체로 입장하면 입장료는
$4000 \times 0.7 \times 30 = 84000$ (원) 이다.
따라서 부등식을 세우면 $4000x > 84000$, $x > 21$
그러므로 22 명 이상이면 단체로 입장하는 것이 유리하다.

8. 어느 공연의 입장료는 8000 원이고, 60 명 이상의 단체에 대하여는 입장료의 30% 를 할인해 준다고 한다. 몇 명 이상일 때, 60 명의 단체로 입장하는 것이 더 유리한가?

① 40 명 ② 41 명 ③ 42 명 ④ 43 명 ⑤ 44 명

해설

관람객의 수를 x 라 할 때
$8000x > 8000 \times 0.7 \times 60$, $x > 42$ 이므로
따라서 43 명 이상일 때 유리하다.

9. 분수 $\frac{3}{7000}$ 을 소수로 나타내어 소수점 아래 n 번째 수를 F_n 라 할 때, $F_1 + F_2 + \cdots + F_{45}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 189

해설

$\frac{3}{7000} = 0.000\dot{4}28571\dot{4}$ 이고 $45 = 6 \times 7 + 3$ 이므로 소수 45 번째 수까지는 소수 넷째 자리부터 순환마디가 7 번 반복된다.

$\therefore F_1 + F_2 + \cdots + F_{45}$

$= 0 + 0 + 0 + (4 + 2 + 8 + 5 + 7 + 1) \times 7$

$= 27 \times 7 = 189$

10. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\frac{3}{14} = 0.2\dot{1}42857\dot{1}$

$(50-1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1 이다.

11. $a=6,\ b=-\frac{1}{4}$ 일 때, $a(a-4b)-(5a^2b-20a^2b^2)\div 5ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$a(a-4b)-(5a^2b-20a^2b^2)\div 5ab$

$=a^2-4ab-a+4ab$

$=a^2-a$

$a=6,\ b=-\frac{1}{4}$ 을 대입하면

$a^2-a=36-6=30$

12. $a=-2,\ b=-3$ 일 때, $\dfrac{15a^2-3ab}{3a}-\dfrac{8ab+4b^2}{4b}$ 의 값은?

① 0 ② 6 ③ 12 ④ −6 ⑤ −12

해설

$(\text{준식})=5a-b-(2a+b)=3a-2b=-6+6=0$

13. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, $\cdots$
$\therefore\ x = 4k_1,\ y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \le k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, $\cdots$
k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1$, $4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

14. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$

$\therefore\ n = 20$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$2008 = 4 \times 502$ 이므로 $m = 1$

$\therefore\ n + m = 21$