

1. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?

① $\frac{2}{11}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{4}{125}$

④ $\frac{5}{55}$

⑤ $\frac{6}{28}$

해설

$\frac{4}{125} = \frac{2^2}{5^3}$ 이므로 유한소수이다.

2. 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $\frac{2}{7}$	㉡ $\frac{15}{24}$	㉢ $\frac{7}{60}$
㉤ $\frac{35}{280}$	㉥ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7}$	

- ① ㉠, ㉤
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉥
- ④ ㉡, ㉢, ㉥
- ⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

기약분수로 나타낼 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수이다.

- ㉠ $\frac{2}{7}$ (무한소수)
- ㉡ $\frac{15}{24} = \frac{15}{3 \times 2^3} = \frac{5}{2^3}$ (유한소수)
- ㉢ $\frac{7}{60} = \frac{7}{2 \times 3 \times 5}$ (무한소수)
- ㉤ $\frac{35}{280} = \frac{35}{2^3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2^3}$ (유한소수)
- ㉥ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{2}$ (유한소수)

3. 밑면의 가로 길이가 $2a$ 이고 세로가 $\frac{a^2b}{2}$ 인 삼각기둥의 부피가 $(2a^2b)^3$ 일 때, 삼각기둥의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16a^3b^2$

해설

(삼각기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

$$(\text{밑면의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{a^2b}{2} = \frac{a^3b}{2}$$

높이를 h 라고 하면

$$h = (2a^2b)^3 \times \frac{2}{a^3b} = 8a^6b^3 \times \frac{2}{a^3b} = 16a^3b^2$$

4. 한 변의 길이가 $3a$ 인 정육면체의 부피의 계수를 A , a 의 차수를 B 라 할 때, $A \div B$ 의 값은?

① 7 ② 9 ③ $6a^2$ ④ $9a$ ⑤ 6

해설

(정육면체의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이)
(정육면체의 부피) = $3a \times 3a \times 3a = 27a^3$ 이다.
따라서, 정육면체 부피의 계수는 27이고, 차수는 3이다.
 $A \div B = 9$ 이다.

5. 식 $(3x - 2y - 1) - (x - 3y - 4)$ 을 간단히 하면?

① $2x - 3y - 5$

② $2x - 2y - 5$

③ $2x - 2y + 4$

④ $2x + y + 3$

⑤ $2x + 2y + 3$

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y - 1) - (x - 3y - 4) \\ &= 3x - 2y - 1 - x + 3y + 4 \\ &= 2x + y + 3 \end{aligned}$$

6. 다항식 A 에서 $-x-2y$ 를 더하였더니 $4x+y$ 가 되었다. 이 때, 다항식 A 를 구하면?

① $2x+y$

② $3x-y+1$

③ $4x+y-3$

④ $5x+3y$

⑤ $6x+5y$

해설

$$A + (-x - 2y) = 4x + y \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A &= (4x + y) - (-x - 2y) \\ &= 4x + y + x + 2y \\ &= 5x + 3y \end{aligned}$$

7. 분수 $\frac{5}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{5}{7} = 0.714285714285 \dots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 2 이다.

8. $3 - 2.3\dot{4}\dot{5}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$3 = 2.\dot{9}$ 이므로
 $3 - 2.3\dot{4}\dot{5} = 0.654545454\cdots = 0.6\dot{5}\dot{4}$
즉, $3 - 2.3\dot{4}\dot{5}$ 는 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 6 과 순환마디 2 개로 이루어져 있다.
따라서 순환마디가 아닌 첫 번째를 제외하면 100 번째 자리의 숫자는 순환되는 부분의 99 번째 숫자와 같다.
이때, $99 = 2 \times 49 + 1$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자 5 이다.

9. 소수 $0.038888\cdots$ 을 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합은?

① 938 ② 935 ③ 187 ④ 184 ⑤ 1037

해설

$$0.038888\cdots = 0.03\dot{8} = \frac{38-3}{900} = \frac{7}{180} \text{ 이므로}$$

분모와 분자의 합은 187 이다.

10. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $0.\dot{4}\dot{0} = \frac{4}{9}$

② $1.\dot{2}\dot{5} = \frac{62}{45}$

③ $0.2\dot{7} = \frac{25}{99}$

④ $2.\dot{4} = \frac{11}{45}$

⑤ $0.2\dot{3} = \frac{7}{30}$

해설

① $0.\dot{4}\dot{0} = \frac{40}{99}$

② $1.\dot{2}\dot{5} = \frac{125-1}{99} = \frac{124}{99}$

③ $0.2\dot{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{25}{90}$

④ $2.\dot{4} = \frac{24-2}{9} = \frac{22}{9}$

⑤ $0.2\dot{3} = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

11. $x = -3, y = -\frac{1}{2}$ 일 때, $(2x^2y - 8xy^2) \div 2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}(2x^2y - 8xy^2) \div 2xy &= \frac{2x^2y - 8xy^2}{2xy} \\ &= x - 4y\end{aligned}$$

이 식에 $x = -3, y = -\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$-3 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -3 + 2 = -1$$

12. $x = 0.5$ 일 때, $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{b}{a}$ 에서 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = 0.5 = \frac{5}{9}$ 이고

$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 1 + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{b}{a}$ 이다.

$\therefore \frac{2x+1}{x+1} = \frac{\frac{19}{9}}{\frac{14}{9}} = \frac{19}{14}$

$\therefore b - a = 19 - 14 = 5$

13. $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{3}{7}$ 일 때, $\frac{8ab^2 - 6a^2b}{2a^2b^2}$ 의 값은?

① -11

② -13

③ -15

④ -17

⑤ -19

해설

$$\frac{8ab^2 - 6a^2b}{2a^2b^2} = \frac{4}{a} - \frac{3}{b} = 4 \div \left(-\frac{1}{3}\right) - 3 \div \frac{3}{7} = -19$$

14. $A = \frac{2x-y}{2}$, $B = \frac{x+3y+2}{3}$ 일 때, $A - \{2A - 3B - 3(A - 2B)\}$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 2y + 1$

② $x + 2y - 1$

③ $x + 4y - 2$

④ $x - 4y - 2$

⑤ $x - 8y + 2$

해설

$$(\text{준식}) = A - (2A - 3B - 3A + 6B)$$

$$A - (-A + 3B) = 2A - 3B$$

A , B 의 값을 대입하면

$$(\text{준식}) = 2x - y - (x + 3y + 2) = x - 4y - 2$$

15. 두 부등식 $3x - 4 \geq 2(4x + 3)$, $0.1x - a \geq \frac{1}{5} + \frac{1}{2}x$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

$3x - 4 \geq 2(4x + 3)$ 에서

$$3x - 4 \geq 8x + 6 \Rightarrow -5x \geq 10$$

$$\therefore x \leq -2$$

$0.1x - a \geq \frac{1}{5} + \frac{1}{2}x$ 에서

$$x - 10a \geq 2 + 5x \Rightarrow -4x \geq 2 + 10a$$

$$\therefore x \leq \frac{-1 - 5a}{2}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$-2 = \frac{-1 - 5a}{2} \Rightarrow -3 = -5a \quad \therefore a = \frac{3}{5}$$

16. 두 부등식 $3x - 6 < 5x + 4$, $x - 4 > ax - 5$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 에 대하여 $5a - 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3x - 6 < 5x + 4 \text{에서 } -2x < 10 \quad \therefore x > -5$$

$$x - 4 > ax - 5 \text{에서 } x - ax > 4 - 5 \Rightarrow (1 - a)x > -1$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$1 - a > 0 \text{이고 해는 } x > \frac{-1}{(1 - a)}$$

$$-5 = \frac{-1}{(1 - a)} \Rightarrow -5 + 5a = -1 \Rightarrow 5a = 4$$

$$\therefore a = \frac{4}{5}$$

$$\therefore 5a - 4 = 0$$

17. 부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-a}{4} \leq 1$ 의 해 중 가장 큰 수가 -1 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-a}{4} \leq 1$ 을 정리하면

$$4(x-2) - 3(x-a) \leq 12 \text{ 에서 } 4x - 8 - 3x + 3a \leq 12$$

$$\therefore x \leq 20 - 3a$$

해 중 가장 큰 수가 -1 이므로

x 의 최댓값이 -1 이 된다.

$$20 - 3a = -1$$

$$\therefore a = 7$$

18. 부등식 $\frac{-a}{3} - 2x \geq \frac{-3x}{4} - 3$ 의 최댓값이 2 일 때, 다음 중 상수 a 의 값은

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

부등식 $\frac{-a}{3} - 2x \geq \frac{-3x}{4} - 3$ 의 양변에 12 를 곱하여 정리하면

$$-4a - 24x \geq -9x - 36 \text{ 에서 } -15x \geq 4a - 36$$

$$\therefore x \leq \frac{-4a + 36}{15}$$

최댓값이 2 이므로

$$\frac{-4a + 36}{15} = 2$$

$$-4a + 36 = 30$$

$$-4a = -6$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

19. 자연수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $ab > 0$ 이고 a, b 는 서로소이다.
이러한 조건을 만족시키는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{120}{9y+z}$ 일 때,
 $x + 2y + 3z$ 의 값을 구하여라.(단, x, y, z 는 한자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{36+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{36+x}{9} = \frac{120}{9y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(36+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{108+3x}{27} = \frac{120}{9y+z}$$

$$108+3x=120$$

$$\therefore x=4$$

$$9y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=9$$

$$x+2y+3z=4+4+27=35$$

20. $\frac{4567}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \dots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4567}{9900} = 0.46\overline{13}$$
$$a = 4, b = 6, c = 1, d = 3$$
$$\therefore a + b + c + d = 14$$

21. 다음 식에서 $m+n$ 의 값을 구하여라.

$$4^{m+5} = 4^m \times 2^n = 4096$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4^{m+5} &= 4^m \times 4^5 \\ &= 4^m \times 2^{10} \\ &= 4^m \times 2^n \Rightarrow \therefore n = 10 \\ &= 2^{2m} \times 2^{10} \Rightarrow \therefore m = 1 \\ &= 2^{12} = 4096 \\ \therefore m + n &= 10 + 1 = 11 \end{aligned}$$

22. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 8
- ④ 16
- ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} \\ &= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4} \\ &= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5} \\ &a = 8, \quad b = 1, \quad c = -5 \\ &a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4 \end{aligned}$$

23. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

- ① 1
- ② 3
- ③ 9
- ④ 7
- ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

24. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$