

1. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

2. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

3. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,

$x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$

따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.

즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.

즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫

$Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$$

$$\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$$

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

5. 이차함수 $y = 4x^2 - 24x + 10$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 - 24x + 10 \\&= 4(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 4(x - 3)^2 - 26 \\ \therefore a &= 3, b = -26 \\ \therefore a - b &= 3 - (-26) = 29\end{aligned}$$

6. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{ } x^2 + \text{ } x + \text{ }) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + \text{ } x + \text{ } = A$ 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

7. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

8. 등식 $(x + yi)(z - i) = 10$ 을 만족하는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

$$(xz + y) + (yz - x)i = 10$$

$$xz + y = 10 \cdots \textcircled{㉠}, yz - x = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을㉠에 대입

$$y(z^2 + 1) = 10$$

z 를 기준으로 하여 순서쌍을 구해보면

$(5, 5, 1), (4, 2, 2), (3, 1, 3)$ 3개

9. 다음을 계산하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

$$\sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 3i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{3 \cdot (-3)} - \sqrt{(-3) \cdot (-3)} + \sqrt{\frac{-18}{2}} - \sqrt{\frac{18}{-2}} \\ &= \sqrt{-9} - \sqrt{9} + \sqrt{-9} - \sqrt{-9} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{-9} \\ &= -3 + 3i \end{aligned}$$

10. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + 2bx + 3a = 0$ 를 동시에 만족하는 x 는 -1 밖에 없을 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x = -1$ 은 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$,

$x^2 + 2bx + 3a = 0$ 의 공통근이므로

$$1 - a + b = 0, \quad 1 - 2b + 3a = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -3, \quad b = -4$$

$$\therefore ab = 12$$

11. 직선 $y = mx - 4$ 가 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프에 접하도록 하는 양수 m 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

이차방정식 $2x^2 - 3 = mx - 4$, 즉 $2x^2 - mx + 1 = 0$ 이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

$$D = (-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$m^2 - 8 = 0, m^2 = 8$$

$$\therefore m = 2\sqrt{2} (\because m > 0)$$

12. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 5x + b$ 가 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ의 중점의 좌표가 (3, 17)일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 α, β 라고 하면

α, β 는 이차방정식 $2x^2 + ax + 12 = 5x + b$ 의 두 실근이다.

$2x^2 + (a - 5)x + 12 - b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{a-5}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또, 선분 PQ의 중점의 x 좌표가 3이므로

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 3 \text{에서 } \alpha + \beta = 6 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -\frac{a-5}{2} = 6$$

$$\therefore a = -7$$

또, 점 (3, 17)은 직선 $y = 5x + b$ 위의 점이므로 $17 = 5 \cdot 3 + b \quad \therefore$

$$b = 2$$

$$\therefore a + b = -7 + 2 = -5$$

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 8일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2x^2 + 2ax$$

$$= -2 \left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

최댓값이 8 이므로 $\frac{a^2}{2} = 8$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

14. 1의 세제곱근 중 하나의 허근을 ω 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?

① $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

② $\omega^3 = 1$

③ 1의 세제곱근은 1, ω , ω^2 으로 나타낼 수 있다.

④ $\omega^2 = \bar{\omega}$ (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

⑤ $\omega = -\omega^2$

해설

$$x^3 = 1 \Rightarrow$$

$$(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0, \quad \omega^3 = 1 \cdots \text{①, ②}$$

$$x = 1, \quad \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \quad \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면 } \cdots \text{③}$$

$$\omega^2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \bar{\omega} \cdots \text{④}$$

$$\omega = -1 - \omega^2 \cdots \text{⑤(거짓)}$$

15. 두 다항식 $Q(x)$ 와 $R(x)$ 에 대하여 $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$ 가 성립할 때, $Q(1)$ 의 값은? (단 $R(x)$ 의 차수는 이차 이하이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

해설

$R(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 는 실수)라 하면

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $-2 = c$

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $x = i$ 을 대입하면

$$-i - 2 = -a + bi - 2$$

$$a = 0, b = -1 \text{ 이므로 } R(x) = -x - 2$$

$$\therefore x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-1 = 2Q(1) - 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore Q(1) = 1$$

16. 복소수 $z = a + bi$, $w = b + ai$ (a, b 는 $ab \neq 0$ 인 실수, $i = \sqrt{-1}$)에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $\bar{z}$, $\bar{w}$ 는 각각 z , w 의 켤레복소수이다.)

① $i\bar{z} = w$

② $\frac{\bar{w}}{\bar{z}} = \frac{z}{w}$

③ $z \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot w$

④ $z \cdot \bar{z} = w \cdot \bar{w}$

⑤ $i(\bar{z} + \bar{w}) = z + w$

해설

① : $i\bar{z} = i(a - bi) = b + ai = w$

② : ①에서 $\bar{z} = -iw$ ㉠

같은 방법으로 $\bar{w} = -iz$ ㉡

㉠, ㉡을 대입하면 $\frac{\bar{w}}{\bar{z}} = \frac{-iz}{-iw} = \frac{z}{w}$

③ : ㉠, ㉡을 대입하면

(좌변) $= z \cdot (-iz) = -iz^2$,

(우변) $= (-iw) \cdot w = -iw^2$

$\therefore$ 좌변 $\neq$ 우변

④ : ②에서 $z \cdot \bar{z} = w \cdot \bar{w}$

⑤ : $i(\bar{z} + \bar{w}) = i\bar{z} + i\bar{w} = w + z = z + w$

17. 복소수 z 가 $z + |z| = 2 + 8i$ 를 만족시킬 때, $|z|^2$ 의 값은? (단, $z = a + bi$ (a, b 는 실수)일 때, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이다.)

① 68

② 100

③ 169

④ 208

⑤ 289

해설

$z = a + bi$ 라 놓자.

$$z + |z| = 2 + 8i,$$

$$a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 8i$$

$$a + \sqrt{a^2 + b^2} = 2, \quad b = 8$$

$$a + \sqrt{a^2 + 64} = 2$$

$$\sqrt{a^2 + 64} = 2 - a \text{ 양변제곱하면,}$$

$$a^2 + 64 = (2 - a)^2 = a^2 - 4a + 4$$

$$4a = -60, \quad a = -15$$

$$\therefore |z|^2 = a^2 + b^2 = 225 + 64 = 289$$

18. $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

① $0 < a < 1$

② $\frac{1}{2} < a < 2$

③ $1 \leq a < 2$

④ $2 < a \leq 3$

⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

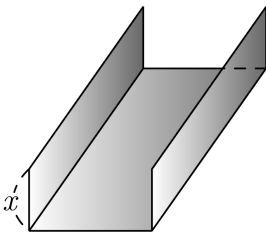
두 근을 α, β 라 하면

$|\text{음근}| > \text{양근}$ 이므로

$$\alpha + \beta = -a < 0, \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

19. 다음 그림과 같이 폭이 20 cm 인 양철판을 구부려서 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대일 때, x 의 값은?



① 4 cm

② 5 cm

③ 6 cm

④ 7 cm

⑤ 8 cm

해설

단면의 세로의 길이를 x cm 라 하면

가로의 길이는 $(20 - 2x)$ cm

단면의 넓이를 S m^2 라 하면

$$S = x(20 - 2x) = -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50 \quad (0 < x < 10)$$

따라서 $x = 5$ (cm) 일 때,

S 는 최댓값 50 m^2 를 갖는다.

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 6 = 0$ 의 두 근이 정수일 때, 정수 a 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ -1, -3

④ 1, 3

⑤ -3, 1

해설

정수근을 가지려면 일단은 $D \geq 0$ 이어야 하므로 $D/4 = (a+2)^2 - 2a^2 - 6 \geq 0$ 에서 $2 - \sqrt{2} \leq a \leq 2 + \sqrt{2} \dots \textcircled{1}$

그런데 a 는 정수이므로 $\textcircled{1}$ 에서 $a = 1, 2, 3$

i) $a = 1$ 일 때 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근은

$x = 2, 4$ (조건을 만족)

ii) $a = 2$ 일 때 $x^2 - 8x + 14 = 0$ 의 두 근은

$x = 4 \pm \sqrt{2}$ (조건에 위배)

iii) $a = 3$ 일 때 $x^2 - 10x + 24 = 0$ 의 두 근은

$x = 4, 6$ (조건을 만족)

i), ii), iii)에서 $a = 1, 3$

21. 다항식 $p(x)$ 는 다음 등식을 만족시킨다.

$$\frac{p(x)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-3} + \frac{d}{x-4} + \frac{e}{x-5}$$

이 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c, d, e 는 상수)

- ㉠ $p(3) = 3$ 이면 $c = 3$ 이다.
 ㉡ $p(1) = p(5)$ 이면 $a = e$ 이다.
 ㉢ $b = 2$ 이면 $p(2) = -12$ 이다.
 ㉤ $a : bc = p(1) : p(2)p(3)$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

주어진 식의 양변에 $x-1$ 을 곱하면

$$\frac{p(x)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = a + \frac{b(x-1)}{x-2} + \frac{c(x-1)}{x-3} + \frac{d(x-1)}{x-4} + \frac{e(x-1)}{x-5}$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$a = \frac{p(1)}{(-1)(-2)(-3)(-4)}$$

같은 방법으로

$$b = \frac{p(2)}{1 \cdot (-1)(-2)(-3)}, \quad c = \frac{p(3)}{2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-2)}, \quad d = \frac{p(4)}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-1)}, \quad e = \frac{p(5)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

따라서 ㉡, ㉢만 옳다.

22. $f(x)$ 는 다항식으로 $\{f(x)\}^3$ 을 x^2 으로 나누면 나머지는 $x+1$ 이라고 한다. $f(x)$ 를 x^2 으로 나눌 때, 나머지는?

① $x + \frac{1}{3}$

② $x + \frac{1}{2}$

③ $\frac{x}{3} + 1$

④ $\frac{x}{2} + 1$

⑤ $\frac{x}{5} + 1$

해설

$f(x)$ 를 x^2 으로 나눈 몫을 $Q(x)$

나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = x^2 Q(x) + ax + b$$

$$\{f(x)\}^3 = \{x^2 Q(x) + ax + b\}^3$$

이것을 $x^2 P(x) + (ax + b)^3$ 이라 하면

$\{f(x)\}^3$ 을 x^2 으로 나눈 나머지는

$(ax + b)^3$ 을 x^2 으로 나눈 나머지와 같으므로

$$(ax + b)^3 = a^3 x^3 + 3a^2 b x^2 + 3ab^2 x + b^3 \text{에서}$$

$$3ab^2 x + b^3 = x + 1$$

$$\therefore 3ab^2 = 1, b^3 = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}, b = 1$$

$$\therefore ax + b = \frac{x}{3} + 1$$

23. x 에 대한 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 에 대하여 $f(x) + 2$, $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어 떨어질 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) + 2 = 0, \alpha f(\alpha) + 2 = 0$

$$f(\alpha) = -2, \alpha = 1$$

$$\therefore f(1) = -2$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = 1 + a + b + c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

24. 이차함수 $y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2 \\ &= (x - p)^2 + p^2 - 4p + 2 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$m = p^2 - 4p + 2 = (p - 2)^2 - 2$$

따라서 $p = 2$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.

25. 계수가 실수인 삼차방정식 $x^3 + cx^2 + dx + 1 = 0$ 이 한 실근과 두 허근 α, α^2 을 가질 때, $c + d$ 의 값을 구하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수, $b \neq 0$)라 놓으면 $\alpha^2 = a^2 - b^2 + 2abi = a - bi$ ($\because$ 계수가 실수이므로 $\alpha^2 = \bar{\alpha}$)

$$\therefore a^2 - b^2 = a, 2ab = -b \text{ 에서 } a = -\frac{1}{2}, b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore$ 두 허근 $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 를 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + x + 1 = 0$

x^3 의 계수, 상수항을 비교하면 한 실근은 -1

$$x^3 + cx^2 + dx + 1 = (x^2 + x + 1)(x + 1) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$\therefore c = 2, d = 2$$

$$\therefore c + d = 4$$