

1. 부등식 $\frac{3^x}{9} \leq 81$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 1
- ▷ 정답 : 2
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 5
- ▷ 정답 : 6

해설

$$\frac{3^x}{9} \leq 81$$
$$3^x \leq 3^2 \times 3^4$$
$$3^x \leq 3^6 \text{ 를 만족하는 자연수 } x \text{ 의 값은 } 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

2. $\frac{1}{2}(x-a) > \frac{1}{3}x+1$ 의 해가 $x > 18$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{1}{2}(x-a) > \frac{1}{3}x+1$ 의 양변에 6 을 곱하면 $3(x-a) > 2x+6$, $x > 3a+6$
해가 $x > 18$ 이므로 $3a+6=18$, $a=4$ 이다.

3. x 는 3보다 크고 7보다 작고, y 는 2보다 크고 6보다 작은 수일 때, x 의 3배에 y 를 더한 수의 범위는 a 보다 크고 b 보다 작다고 한다. 이때, $b - a$ 의 값은?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

x 가 3보다 크고 7보다 작으므로 $3 < x < 7 \cdots \textcircled{㉠}$
 y 는 2보다 크고 6보다 작으므로 $2 < y < 6 \cdots \textcircled{㉡}$
 x 의 3배에 y 를 더한 수의 범위는 $3x + y$ 이므로
 $9 < 3x < 21$ 에 $2 < y < 6$ 을 더하면 $11 < 3x + y < 27$ 이다.
따라서 $b - a = 27 - 11 = 16$ 이다.

4. 강식이네 마을에는 매주 월요일 새마을 이동도서관이 와서 책을 빌려 준다. 대출 기간은 2 주이다. 강식은 이번 주 월요일에 책을 2 권 빌렸다. 한 권은 372 쪽 짜리 소설책이고, 다른 한 권은 405 쪽짜리 과학 서적이다. 빌린 다음 날부터 읽기 시작하여 매일 일정한 양만큼 읽는다면 하루에 몇 쪽 이상을 읽어야 반납하기 전날까지 두 권 모두 읽을 수 있는가?

① 58 쪽 ② 59 쪽 ③ 60 쪽 ④ 61 쪽 ⑤ 62 쪽

해설

강식이 읽어야 할 분량은 모두 $372+405=777$ (쪽)이고, 반납 전까지 책을 읽을 수 있는 날수는 13 일이다. 따라서 강식이 하루에 읽어야 하는 분량을 x 쪽이라고 하면 $13x \geq 777$, 즉 $x \geq 59.7\cdots$ 이므로 강식은 하루에 60 쪽 이상 읽어야 한다.

5. 8%의 설탕물 300g을 농도가 6% 이하가 되도록 하려면 50g단위의 컵으로 몇 번 이상 물을 넣어야 하는가?

- ① 1번 이상 ② 2번 이상 ③ 3번 이상
④ 4번 이상 ⑤ 5번 이상

해설

넣어야 할 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{8}{100} \times 300 \leq \frac{6}{100}(300 + x)$$

양변에 100을 곱하면

$$2400 \leq 1800 + 6x$$

$$600 \leq 6x$$

$$\therefore x \geq 100$$

따라서 50g단위 컵으로 2번 이상 물을 넣어주어야 한다.

6. x, y 가 자연수일 때, 다음 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 의 해를 (a, b)

라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x - y = 0$ 을 만족하는 (x, y) 는 $(1, 2), (2, 4), (3, 6), \dots$
 $x + 2y = 5$ 를 만족하는 (x, y) 는 $(1, 2), (3, 1)$

따라서 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 를 만족하는 해는 $(1, 2)$ 이고, $a + b = 1 + 2 = 3$ 이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=7 \\ 2x+y=p \end{cases}$ 의 해가 $(4, q)$ 일 때, $2p-q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2p-q=13$

해설

$$\begin{cases} x-y=7 \cdots \textcircled{1} \\ 2x+y=p \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

우선, $\textcircled{1}$ 식에 $x=4, y=q$ 를 대입하여 q 값을 구한다.

$$4-q=7, q=-3$$

$\textcircled{2}$ 식에 $x=4, y=q=-3$ 을 대입하여 p 값을 구한다.

$$8-3=p, p=5$$

$$\therefore 2p-q=10+3=13$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 5x + 2y = b & \cdots \textcircled{1} \\ x - 5y = 14 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해가 $x = 2a, y = -a$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x = 2a, y = -a$ 를 대입하면

$$\begin{cases} 10a - 2a = b & \cdots \textcircled{1} \\ 2a + 5a = 14 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{이므로 } a = 2, b = 16 \text{ 이다.}$$

9. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ ax + 2y = -12 \end{cases}, \begin{cases} 2x - 5y = b \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

- ① -30
- ② -20
- ③ -15
- ④ -10
- ⑤ -9

해설

연립방정식 $\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$ 를 풀면 $x = 2, y = 3$

(2, 3) 을 $ax + 2y = -12$ 에 대입하면

$$2a + 6 = -12 \quad \therefore a = -9$$

(2, 3) 을 $2x - 5y = b$ 에 대입하면

$$4 - 15 = b \quad \therefore b = -11$$

$$\therefore a + b = -20$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} ax = 3y + 8 & \cdots \textcircled{A} \\ 3x + by = -1 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$ 의 해를 구하는데 A 는 $\textcircled{A}$ 식의 a

를 잘못 보고 풀어 해가 $x = -3, y = 4$ 가 나왔고, B 는 $\textcircled{B}$ 식의 b 를 잘못 보고 풀어 해가 $x = 7, y = 2$ 가 나왔다. 연립방정식의 바른 근을 구하면?

- ① $x = 1, y = 2$ ② $x = -1, y = -2$
③ $x = -2, y = -1$ ④ $x = 1, y = -2$
⑤ $x = 2, y = 1$

해설

$x = -3, y = 4$ 를 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $-9 + 4b = -1$
 $\therefore b = 2$

$x = 7, y = 2$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $7a = 6 + 8$

$\therefore a = 2$

a, b 값을 대입하고 두 식 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하면

$x = 1, y = -2$ 가 나온다.

11. $-3(x - 2y) = -8x + 7$, $2(x + 4y) - 3 = 4y + 3$ 에 대하여 다음 중
연립방정식의 해는?

① $\{(2, 1)\}$

② $\{(12, -1)\}$

③ $\{(3, 2)\}$

④ $\{(-2, 3)\}$

⑤ $\{(-1, 2)\}$

해설

$$\begin{cases} -3(x - 2y) = -8x + 7 & \cdots \textcircled{A} \\ 2(x + 4y) - 3 = 4y + 3 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①, ②을 정리하면

$$\begin{cases} 5x + 6y = 7 & \cdots \textcircled{C} \\ 2x + 4y = 6 & \cdots \textcircled{D} \end{cases}$$

$\textcircled{C} \times 2 - \textcircled{D} \times 3$ 을 하면 $4x = -4$

$\therefore x = -1$

$x = -1$ 을 $\textcircled{D}$ 에 대입하면 $-5 + 6y = 6$

$\therefore y = 2$

$\therefore (-1, 2)$

12. 다음 연립방정식의 해는 $x = a, y = b$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{x-3}{8} = \frac{y+3}{2} \\ -\frac{1}{5}x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

첫 번째 식에 8을 곱하면 $x - 3 = 4y + 12$
두 번째 식에 5를 곱하면 $-8x + 10y = -10$

$$\begin{cases} x - 4y = 15 & \cdots \textcircled{1} \\ -8x + 10y = -10 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 8 + \textcircled{2}$ 을 계산하면 $-22y = 110$
 $y = -5, x = -5$ 이다.
따라서 $a - b = -5 - (-5) = 0$ 이다.

13. 두 자리의 정수가 있다. 각 자리의 숫자의 합이 8 이고, 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 $\frac{1}{2}$ 배보다 5 가 작다. 처음 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 62

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{1}{2}(10x + y) - 5 = 10y + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 8 \\ 8x - 19y = 10 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 6$, $y = 2$ 이다.

따라서 처음 수는 62 이다.

14. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

15. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 1025 ④ 2046 ⑤ 2050

해설

$x = 0$ 대입, $a_0 = 1$

$x = 1$ 대입, $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$

$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$

16. $a - b > 0$, $a + b < 0$, $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b$

② $|a| < |b|$

③ $b < 0$

④ $a^2 > b^2$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

해설

$a + b < 0$, $a > 0$ 에서 $b < 0$ 이고 $|a| < |b|$ 임을 알 수 있다.
따라서 틀린 것은 ④번이다.

17. 전체 길이가 100km인 강을 배를 타고 8시간 이내에 왕복하려고 한다. 강을 따라 내려갈 때의 배의 속력이 시속 18km일 때, 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 몇 km 이상이어야 하는지 반올림하여 일의 자리까지 구하면? (단, 강물의 속력은 시속 2km로 일정하다.)
- ① 30km ② 31km ③ 32km ④ 33km ⑤ 35km

해설

강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력을 x km라 하면

$$\frac{100}{20} + \frac{100}{x-2} \leq 8$$
$$\frac{100}{x-2} \leq 8-5=3$$
$$100 \leq 3x-6, 106 \leq 3x$$
$$\therefore \frac{106}{3} = 35.33 \cdots (\text{km}) \leq x$$

따라서 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 35km 이상이어야 한다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - ay = a + 1 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x - 4y = 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $3 : 2$

일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x : y = 3 : 2$, $3y = 2x$ 를 ②식에대입하면,
 $2x - 4y = 3$, $3y - 4y = 3$, $y = -3$, $x = -\frac{9}{2}$
①식에 대입하면 $-9 + 3a = a + 1 \quad \therefore a = 5$

19. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 무수히 많은 것은?

보기

㉠ $2x + 4y = 6$

㉡ $4x + 8y = 10$

㉢ $3x + 2y = 7$

㉣ $x + 2y = 3$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉣ 식에 $\times 2$ 를 해 주면 ㉠ 식과 완전히 일치하게 되므로 ㉠과 ㉣을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

20. 어느 학교의 작년의 학생 수는 1100 명이었다. 금년에는 작년보다 남학생이 4% 감소하고 여학생은 6% 증가하여 전체 학생 수는 작년보다 16명 증가하였을 때, 금년의 남학생 수는?

- ① 480 명
- ② 500 명
- ③ 576 명
- ④ 600 명
- ⑤ 636 명

해설

작년 남학생의 수를 x 명, 작년 여학생의 수를 y 명 이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ -0.04x + 0.06y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1100 \cdots \textcircled{1} \\ -4x + 6y = 1600 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 4 + \textcircled{2}$ 를 하면

$$10y = 6000, y = 600$$

$$x = 500$$

$$\therefore \text{금년의 남학생 수} : 500 - 500 \times 0.04 = 480(\text{명})$$

21. 다음 문장을 부등식으로 나타내면?

소현이 어머니의 나이가 지금은 소현이의 나이 x 의 7 배이지만
3 년 후에는 소현이의 현재 나이 x 의 5 배 이하이다.

- ① $7x + 3 < 5x$
- ② $7x + 3 \leq 5x$
- ③ $7x + 3 \geq 5x$
- ④ $7x + 3 > 5x$
- ⑤ $7x \leq 5x$

해설

소현이의 나이는 x , 어머니의 나이는 $7x$ 이므로
3 년 후에 소현이의 나이의 5 배 이하는
 $7x + 3 \leq 5x$

22. 지하철 9 호선이 개통되면 인천공항과 강남을 30 분에 연결한다고 한다. 9 호선이 통과하는 간이역을 2 분 또는 3 분 거리 마다 설치하려고 할 때, 가능한 간이역의 조합의 개수를 구하여라. (단, 반드시 2 분과 3 분 걸리는 간이역이 1 개 이상 설치되어야 한다.)

▶ 답: 개

▶ 정답: 4 개

해설

2 분, 3 분 걸리는 구간의 개수를 각각 x, y 라 하면 $2x + 3y = 30$
 에서 $y = \frac{30 - 2x}{3}$ 이다.

그런데 x, y 는 0 또는 자연수이어야 하므로 $30 - 2x$ 은 3 의 배수이고 $0 \leq 30 - 2x \leq 30$ 이므로 $15 - x$ 는 0 또는 자연수이다.

그런데 x, y 는 0 또는 자연수이어야 하므로 $30 - 2x$ 은 3 의 배수이고 $30 - 2x \geq 0$ 에서 $x \leq 15$ 이므로

가능한 x 의 값은 3, 6, 9, 12 이고 각각에 대한 y 의 값은 8, 6, 4, 2

가공한 x 의 값은 3, 6, 9, 12 이고 각각에 대한 y 의 값은 8, 6, 4, 2 이다. (반드시 2 분과 3 분 걸리는 간여역이 1 개 이상 설치되어야 한다.)

따라서 가능한 간이역의 조합의 개수는 4 개다.

23. 다음은 철호네 반 학생들이 일차방정식 x, y 가 자연수일 때, $3x+2y = 19$ 의 해를 구해 칠판에 쓴 것이다. 다음 중 잘못 구한 사람을 모두 골라라.

(-1,11)

(3,5)

(5,2)

(4,7)

(1,8)











철호

정한

정수

상정

지훈

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 철호

▷ 정답 : 상정

해설

주어진 식의 x, y 의 값을 표로 나타내면

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	11	$\frac{17}{2}$	8	$\frac{13}{2}$	5	$\frac{7}{2}$	2	$\frac{1}{2}$

이므로 x, y 값이 자연수가 되는 쌍을 찾으면

(1, 8), (3, 5), (5, 2) 이다.

철호 : (-1, 11) 자연수가 아니다.

상정 : (4, 7) 해가 아니다.

24. 연립방정식 $\frac{3x-2y}{6} = \frac{-2ax+by}{3} = \frac{ax-5by}{8} - \frac{1}{3}$ 의 해가 (2, 1) 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 (2, 1) 을 대입하면 $\frac{6-2}{6} = \frac{-4a+b}{3} = \frac{2a-5b}{8} - \frac{1}{3}$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{-4a+b}{3} \\ \frac{2}{3} = \frac{2a-5b}{8} - \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -4a+b \\ 16 = 6a-15b-8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} -12a+3b=6 \\ +) 12a-30b=48 \\ \hline -27b=54 \end{array}$$

$$\therefore b = -2$$

$$-4a-2=2, a = -1 \therefore a-b = -1 - (-2) = 1$$

25. A 지점에서 B 지점까지 왕복을 하는데, 갈 때는 시속 2km 로, 올 때는 간 길보다 3km 더 짧은 길을 시속 3km 로 걸어 총 4 시간이 걸렸다. 갈 때의 거리는 몇 km 인지 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답 : 6 km

해설

갈 때의 거리 x km , 올 때의 거리 y km

$$\begin{cases} y = x - 3 & \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{2} \times 6 \text{ 을 한 후 } \textcircled{1} \text{를 대입하면}$$

$$3x + 2(x - 3) = 24$$

$$\therefore x = 6, y = 3$$