

1. 다항식  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또,  $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-5$

해설

$f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또,  $f(x)$ 가  $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a = -13$ ,  $b = 8$

2.  $\frac{5}{1+2i} = x+yi$  를 만족하는 실수  $x, y$  의 합을 구하여라.(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

3. 직선  $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선  $x-2y+10=0$ ,  $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을  $y=ax+b$ 라 할 때  $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선  $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또,  $x-2y+10=0$ ,  $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

4.  $x$ 의 다항식  $x^3 + ax + b$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가  $2x + 1$ 이 되도록 상수  $a, b$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,  
몫을  $x + q$ 라 하면 (일반적으로  $px + q$ 로 해야겠지만  $x^3$ 의 계수가 1이므로  $x + q$ )

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은  $x$ 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$



5.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차방정식  $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.
- ② 이차방정식  $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.
- ③ 이차방정식  $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.
- ④ 이차방정식  $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식  $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 :  $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 :  $\frac{c}{a}$

두근의 차 :  $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$  ② (두근의 차)= 4i

7.  $x$ 에 대한 실수 계수의 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 근의 공식을  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 로 잘못 기억하고 풀어 두 근이  $-1, 2$ 를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④ 2      ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서

두 근을 합하면  $-\frac{2b}{a}$ 이므로

$-\frac{2b}{a} = -1 + 2 = 1$ 이다.

따라서 준 식은  $-2bx^2 + bx + c = 0$ 이 되고

따라서 (두근의 합)  $= -(-\frac{b}{2b}) = \frac{1}{2}$

8. 상수  $a, b, c$ 가 조건  $ab > 0, bc < 0$ 을 만족시킬 때 방정식  $ax+by-c=0$ 이 나타내는 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?

- ① 제 1, 2, 3 사분면                      ② 제 2, 3, 4 사분면  
③ 제 1, 3, 4 사분면                      ④ 제 1, 2 사분면  
⑤ 제 2, 3 사분면

해설

$$ax+by-c=0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$ab > 0, bc < 0$ 이므로  
기울기는 (-), y절편은 (-)이다.  
 $\therefore$  제 2,3,4사분면을 지난다.



9. 직선  $y = \sqrt{3}x + 5$  에 평행하고, 원  $x^2 + y^2 = 16$  에 접하는 직선의 방정식을 구하면?
- ①  $y = \sqrt{3}x \pm 8$       ②  $y = \sqrt{2}x \pm 8$       ③  $y = \sqrt{3}x \pm 7$   
④  $y = -\sqrt{3}x \pm 8$       ⑤  $y = -\sqrt{2}x \pm 8$

해설

기울기  $\sqrt{3}$  인 접선을 구하는 문제이다.  
공식에서  $y = \sqrt{3}x \pm 4\sqrt{3+1}$ ,  
 $\therefore y = \sqrt{3}x \pm 8$

해설

(다른 풀이1)  
기울기  $\sqrt{3}$  인 직선  $y = \sqrt{3}x + n$  이라 두면  
 $x^2 + y^2 = 16$  에 접하므로 연립방정식의 해는 중근이다.  
 $x^2 + (\sqrt{3}x + n)^2 = 16$ ,  $4x^2 + 2n\sqrt{3}x + n^2 - 16 = 0$ ,  
 $D/4 = (n\sqrt{3})^2 - 4(n^2 - 16) = 0$   
 $\therefore n = \pm 8$   
구하는 접선은  $y = \sqrt{3}x \pm 8$   
(다른 풀이2)  
기울기  $\sqrt{3}$  인 접선  $y = \sqrt{3}x + n$  에서  
 $\sqrt{3}x - y + n = 0$   
원의 중심에서 이 직선에  
이르는 거리가 반지름과 같으므로  
 $\frac{|n|}{\sqrt{3+1}} = 4$ ,  
 $\therefore n = \pm 8$ ,  
따라서  $y = \sqrt{3}x \pm 8$

10. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$  에 대하여  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0 \text{ 이고,}$$

$a, b, c$  는 실수이므로,  $a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

11.  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수  $k$ 의 값을 정하면?

㉠ -1      ㉡ 1      ㉢ 0      ㉣ 2      ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k \\ & x^2+5x=X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6)-k \\ & \quad = X^2+10X+24-k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24-k=25 \\ & \therefore k=-1 \end{aligned}$$

12. 인수분해 공식  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$  을 이용하여  $\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$  을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

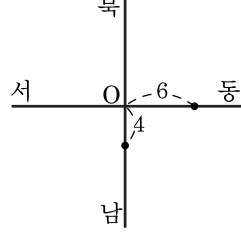
해설

$9999 = a$  라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a - 1)a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$



13. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후                      ② 1.2 시간 후                      ③ 1.4 시간 후  
 ④ 1.6 시간 후                      ⑤ 2 시간 후

**해설**

동서를  $x$  축, 남북을  $y$  축으로 잡으면 최초의 A, B 의 위치는  $A(6, 0)$ ,  $B(0, -4)$  이고  $t$  시간 후의 A,B 의 좌표는  $A(6 - 4t, 0)$ ,  $B(0, -4 + 2t)$  이다. 따라서,  $t$  시간 후의  $\overline{AB}$  의 거리는  $s$  는  $s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2} = \sqrt{20t^2 - 64t + 52} = \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} = \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}$  이므로  $t = \frac{8}{5}$  일 때 최소가 된다.  $\therefore$  출발 후 1.6 시간 후이다.

14.  $a$ 는 실수이고 원  $x^2 - 2ax + y^2 - 4|a|y + 5a^2 - 1 = 0$ 의 중심과 점  $(-3, 1)$ 과의 거리를  $f(a)$ 라고 할 때,  $f(a)$ 의 최솟값은?

①  $\sqrt{3}$       ② 2      ③  $\sqrt{5}$       ④  $\sqrt{6}$       ⑤ 3

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면

$$(x-a)^2 + (y-2|a|)^2 = 1$$

$\therefore$  중심  $(a, 2|a|)$

$$\begin{aligned}\therefore f(a) &= \sqrt{(a+3)^2 + (2|a|-1)^2} \\ &= \sqrt{5a^2 + 6a - 4|a| + 10}\end{aligned}$$

( i )  $a \geq 0$  일 때

$$f(a) = \sqrt{5a^2 + 2a + 10}$$

$$= \sqrt{5\left(a + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{49}{5}} \geq \sqrt{10}$$

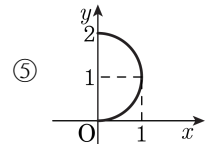
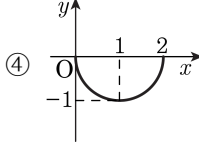
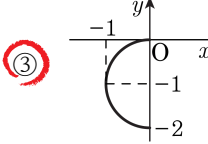
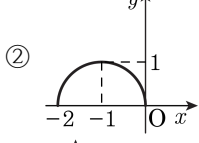
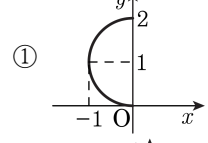
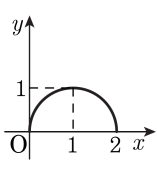
( ii )  $a < 0$  일 때

$$f(a) = \sqrt{5a^2 + 10a + 10}$$

$$= \sqrt{5(a+1)^2 + 5} \geq \sqrt{5}$$

따라서  $f(a)$ 의 최솟값은  $\sqrt{5}$

15. 도형  $f(x, y) = 0$  의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  
 도형  $f(-y, -x) = 0$  의 그래프로 옳은 것은?



**해설**

도형  $f(-y, -x) = 0$  의 그래프는  
 도형  $f(x, y) = 0$  의 그래프를  
 직선  $y = -x$  에 대하여 대칭이동 한 것이다.

16. 이차방정식  $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 구하면?

①  $\pm \sqrt{3}i$     ②  $\sqrt{3}i$     ③  $\sqrt{7}i$     ④  $\pm \sqrt{7}i$     ⑤ 0

해설

$D > 0$ 이므로  $\alpha, \beta$ 는 실수

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1 \quad \therefore \alpha < 0, \beta < 0$$

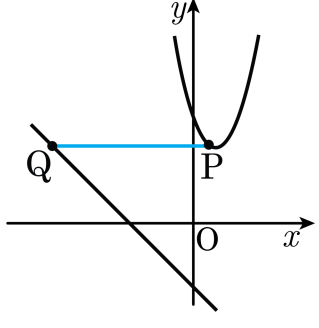
$$\begin{aligned}(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} \\ &= \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = -7\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{7}i$$

$\sqrt{-\alpha}i + \sqrt{-\beta}i = (\sqrt{-\alpha} + \sqrt{-\beta})i$ 의 꼴이 되므로  $-\sqrt{7}i$ 가 구하는 값이 될 수 없다.



17. 다음 그림에서 포물선  $y = x^2 - 3x + 7$  위의 한 점 P 와 직선  $y = -x - 4$  위의 한 점 Q 에 대하여 PQ 가  $x$  축에 평행할 때, PQ 의 최솟값을 구하면?



- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

해설

$y = x^2 - 3x + 7$  에서 점 P 의 좌표는  $P(a, a^2 - 3a + 7)$   
 $y = -x - 4$  에서 점 Q 의 좌표는  $Q(b, -b - 4)$   
 점 P 와 점 Q 의  $y$  좌표가 같으므로  
 $a^2 - 3a + 7 = -b - 4, b = -a^2 + 3a - 11$  이다.  
 $\overline{PQ} = a - b = a^2 - 2a + 11 = (a - 1)^2 + 10$   
 $\overline{PQ}$  의 최솟값은 10 이다.

18.  $-1 \leq x \leq 2$  에서 이차함수  $f(x) = x^2 + 2ax + 1$  의 최소값이  $-8$  일 때, 모든 실수  $a$  의 값의 합은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{5}{4}$       ④  $\frac{7}{4}$       ⑤  $\frac{9}{4}$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + 1 = (x+a)^2 + 1 - a^2$  에서 꼭지점의  $x$  좌표는  $-a$  이다.

( i )  $-a < -1$  , 즉  $a > 1$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서

$f(x)$  의 최솟값은  $f(-1) = 2 - 2a = -8$

$\therefore a = 5$

( ii )  $-1 \leq -a < 2$  , 즉  $-2 < a \leq 1$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서

$f(x)$  의 최솟값은  $f(-a) = 1 - a^2 = -8$ ,  $a^2 = 9$

$\therefore a = \pm 3$

$-2 < a \leq 1$  이므로  $a$  의 값은 존재하지 않는다.

(iii)  $-a \geq 2$  , 즉  $a \leq -2$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서

$f(x)$  의 최솟값은  $f(2) = 5 + 4a = -8$

$\therefore a = -\frac{13}{4}$

따라서 모든 실수  $a$  의 값의 합은  $5 + \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{7}{4}$

19. 실계수 사차방정식  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ 의 네 개의 근 중에서  
두 근  $\alpha, \beta$ 가  $\alpha + \beta = 2 + 3i$ ,  $\alpha\beta = 5i$ 일 때,  $\frac{e-b}{a}$ 의 값은?

- ① 25                      ② 26                      ③ 27                      ④ 28                      ⑤ 29

해설

$\alpha + \beta = 2 + 3i$ ,  $\alpha\beta = 5i$ 이므로  
 $\alpha, \beta$ 는 모두 허수이다.  
또한 방정식의 계수가 실수이므로  
나머지 두 근은  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 이다.  
따라서  $\alpha, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\beta}$ 가 네 근이 되므로  
주어진 방정식은  
 $a(x - \alpha)(x - \bar{\alpha})(x - \beta)(x - \bar{\beta}) = 0$ 이 된다.  
계수 비교를 통해  
 $\frac{e}{a}$ 는 네 근의 곱이 됨을 알 수가 있고  
 $-\frac{b}{a}$ 는 네 근의 합이 됨을 알 수 있다.  
 $\therefore \frac{e-b}{a} = \alpha \times \bar{\alpha} \times \beta \times \bar{\beta} + (\alpha + \bar{\alpha} + \beta + \bar{\beta})$   
 $= (5i)(\bar{5i}) + (2 + 3i) + (\overline{2 + 3i}) = 29$

20. 좌표평면 위에 세 지점 P(1, 5), Q(-2, -4), R(5, 3)이 있다. 이들 세 지점에서 같은 거리에 있는 지점에 물류창고를 설치하려고 한다. 이때, 창고의 위치의 좌표는?

- ① (0, -1)
- ② (0, 0)
- ③ (0, 1)
- ④ (1, 0)
- ⑤ (1, 1)

해설

A(*a*, *b*)라고 하면  
 $(a - 1)^2 + (b - 5)^2 = \overline{AP}^2 \quad \cdots \quad \textcircled{1}$   
 $(a + 2)^2 + (b + 4)^2 = \overline{AQ}^2 \quad \cdots \quad \textcircled{2}$   
 $(a - 5)^2 + (b - 3)^2 = \overline{AR}^2 \quad \cdots \quad \textcircled{3}$   
 $\overline{AP}^2 = \overline{AQ}^2 = \overline{AR}^2$ 이므로  
①, ② 연립하면  $a + 3b = 1$   
①, ③ 연립하면  $2a - b = 2$   
 $\therefore a = 1, b = 0$   
 $\therefore (1, 0)$   
 $\therefore$  세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 외심을 구하는 것과 같다.