

1. $(x - 2y - 2)(x + 2y - 2)$ 를 전개하면?

① $x^2 + 5x + 2 - 3y^2$

② $x^2 + 4x - 3 - 2y^2$

③ $x^2 - 4x + 4 - 4y^2$

④ $x^2 - 5x - 4 - 3y^2$

⑤ $x^2 - 5x - 5 - 3y^2$

해설

$$\begin{aligned}x - 2 &= A \text{로 치환하면} \\(\text{주어진 식}) &= (A - 2y)(A + 2y) \\&= A^2 - 4y^2 = (x - 2)^2 - 4y^2 \\&= x^2 - 4x + 4 - 4y^2\end{aligned}$$

2. 다음은 $\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$ 을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma + mb = m(a + b)$

② $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

③ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

④ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

⑤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

해설

$$\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$$

$$= \frac{3}{5} \times (8^2 - 2^2) \rightarrow ax + ay = a(x + y)$$

$$= \frac{3}{5} \times (8 + 2)(8 - 2) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

3. $x = \sqrt{3} - 6$, $y = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $x^2 + 2xy - 3y^2$ 의 값은?

① -12

② -24

③ -32

④ $-24\sqrt{3}$

⑤ $-32\sqrt{3}$

해설

$$(\text{준식}) = (x - y)(x + 3y)$$

$$x - y = -8, \quad x + 3y = 4\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$(-8) \times 4\sqrt{3} = -32\sqrt{3}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-5)(x-3) = 0$$

$$\therefore a=5, b=3, a+2=7, b+2=5$$

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

5. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

6. $\frac{3}{5}x^2 = \frac{2}{3}x - a$ 의 근이 $x = \frac{b \pm \sqrt{7}}{9}$ 일 때, $3ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$9x^2 - 10x + 15a = 0$ 이므로

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 9 \times 15a}}{2 \times 9} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{100 - 540a}}{18} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 135a}}{9} \end{aligned}$$

따라서 $25 - 135a = 7$ 이므로 $a = \frac{2}{15}$, $b = 5$ 이다.

$$\therefore 3ab = 3 \times \frac{2}{15} \times 5 = 2$$

7. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

8. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 180m 인 순간은 던져 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 4초

해설

$$\begin{aligned}h &= -5t^2 + 40t + 100 \\-5t^2 + 40t + 100 &= 180 \\t^2 - 8t + 16 &= 0 \\(t-4)^2 &= 0 \\\therefore t &= 4\end{aligned}$$

9. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로 길이는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 가로의 길이는 $(17-x)\text{cm}$
또, (가로의 길이) < (세로의 길이) 이므로 $x > 17-x$, 즉 $x > 8.5$
 $x(17-x) = 72$
 $(x-8)(x-9) = 0$
 $x = 8$ 또는 $x = 9$
 $x > 8.5$ 이므로 $x = 9$

10. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 2 cm 늘여서 만든 정사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 4 cm^2 만큼 넓어졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 4cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x + 4$ (cm), $x + 2$ (cm)이다.

가로의 길이 : $x + 2$

세로의 길이 : $x + 2$

$$(x+2)^2 = 2x^2 + 4 \text{ 이므로}$$
$$x^2 - 4x - 0$$
$$x^2 - 4x = 0$$
$$x(x-4) = 0$$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm 이다.

11. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a+b &= 15 \end{aligned}$$

12. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$
(2) $x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$

- ① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
- ④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$
$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$
$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$
$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 \text{ } (\because B, C \text{는 양수})$$

13. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

14. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y+xy^3 = xy(x^2+y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

15. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

16. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

17. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

18. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[2x^2 + x]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} [2x^2 + x]_1^a &= 0 \\ (2a^2 + a) - (2 + 1) &= 0 \\ 2a^2 + a - 3 &= 0 \\ (a - 1)(2a + 3) &= 0 \\ \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2} \\ \text{따라서 양수 } a \text{ 의 값은 } 1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$