

1. $(2x - 8)(3x + 7)$ 을 전개하면 $6x^2 - (3a + 1)x - 4b$ 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}(2x - 8)(3x + 7) &= 6x^2 - 10x - 56 \\ &= 6x^2 - (3a + 1)x - 4b \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $3a + 1 = 10$, $3a = 9$, $a = 3$,
 $-56 = -4b$, $b = 14$ 이고 $a + b = 17$ 이다.

2. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ & x \text{의 계수는 } 14a - 20 + b = 1 \\ & 14a + b = 21 \\ & \therefore a = 1, b = 7 (\because a, b \text{는 자연수}) \\ & \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

3. 다음이 완전제곱식이 되도록 안에 알맞은 것을 써라.

$$\frac{1}{25}x^2 + \square + \frac{25}{4}y^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm xy$

해설

$$\frac{1}{25}x^2 + \square + \frac{25}{4}y^2 = \left(\frac{1}{5}x \pm \frac{5}{2}y\right)^2 \text{ 이므로 } \square = \pm xy$$

4. 다음 세 식 $x^2-3x-18$, $3x^2+7x-6$, $2x^2+x-15$ 의 공통인 인수는?

① $x+3$

② $3x-2$

③ $2x-5$

④ $2x+1$

⑤ $x-6$

해설

$$\begin{aligned}x^2-3x-18 &= (x-6)(x+3) \\ 3x^2+7x-6 &= (x+3)(3x-2) \\ 2x^2+x-15 &= (2x-5)(x+3)\end{aligned}$$

따라서 공통인 인수는 $(x+3)$ 이다.

5. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$ ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$

③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$ ④ $3x^2 - x = 0$

⑤ $(x - 1)(x - 2) = x - 5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$

$2x - 6 = 0$: 일차방정식

6. $x^2 - x - 56 = 0$ 의 해 중 $2x - 8 > 0$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x - 56 &= 0 \\(x - 8)(x + 7) &= 0 \\x = 8 \text{ 또는 } x = -7 \\2x - 8 &> 0 \\x &> 4 \\\therefore a &= 8\end{aligned}$$

7. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 고르면?

보기

$$(x+3)(x-2)=0, x^2+4x+3=0$$

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$(x+3)(x-2)=0$
 $x=-3$ 또는 $x=2$
 $x^2+4x+3=0$
 $(x+3)(x+1)=0$
 $x=-3$ 또는 $x=-1$
따라서 공통근은 -3 이다.

8. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

9. 다음 식에서 $A + B$ 의 값을 구하면?

$$\begin{aligned} &(3x - 1)^2 - 9(2x + 3)^2 \\ &= (Ax + 8)(-3x - B) \end{aligned}$$

- ① 14
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} &3x - 1 = a, \quad 2x + 3 = b \text{ 라 하면} \\ &a^2 - 9b^2 = (a + 3b)(a - 3b) \\ &= \{(3x - 1) + 3(2x + 3)\} \{(3x - 1) - 3(2x + 3)\} \\ &= (9x + 8)(-3x - 10) \\ &A = 9, \quad B = 10 \\ &\therefore A + B = 19 \end{aligned}$$

10. $x = \sqrt{5} - 2$, $y = \sqrt{5} + 2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - xy - 2y^2 \\ &= (x - 2y)(x + y) \\ &= (\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2) \\ &= (-\sqrt{5} - 6)2\sqrt{5} \\ &= -10 - 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

11. $a - 2b = 2$ 일 때, $a(x + y) - 2b(x + y) - 2x - 2y$ 의 값은?

① $-4x - 4y$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ $4x + 4y$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= A \text{ 로 치환하면} \\(\text{준식}) &= aA - 2bA - 2A \\&= A(a - 2b - 2) \\&= A(2 - 2) \\&= A \times 0 \\&= 0\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3$, $x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{55}$

해설

$x = -3$ 을 주어진 식에 대입하면
 $5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 = 0, a = 11$
 $5x^2 + 11x - 11 - 1 = 0$
 $5x^2 + 11x - 12 = 0$
 $(5x - 4)(x + 3) = 0$
 $x = \frac{4}{5}, x = -3$
 $\therefore b = \frac{4}{5}$
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0$$

$$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$$

14. 이차방정식 $2x^2 + ax + 5 = 0$ 의 해가 $x = -5$ 일 때, 상수 a 의 값과 그때의 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$2x^2 + ax + 5 = 0$ 의

해가 $x = -5$ 이므로 대입하면

$$50 - 5a + 5 = 0$$

$$5a = 55$$

$$\therefore a = 11$$

$$2x^2 + 11x + 5 = 0$$

$$(2x + 1)(x + 5) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -5$$

따라서 $a + (\text{다른 한 근}) = 11 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$ 이다.

15. 이차방정식 $2x^2 - 12x + k - 3 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2x^2 - 12x = -k + 3$$

$$2(x^2 - 6x) = -k + 3$$

$$2(x - 3)^2 = -k + 3 + 18$$

$$-k + 3 + 18 = 0$$

$$\therefore k = 21$$

16. 이차방정식 $(3x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$(3x-2)^2 = 5$$

$$3x-2 = \pm \sqrt{5}$$

$$3x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{4}{3}$ 이다.

17. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$ ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x-p)^2 = k, \quad x-p = \pm\sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

18. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+8 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로
 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

19. $(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} & x-y=A, \quad x+2y=B \text{라 하면} \\ & (x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2 \\ &= (A+2)(A+3)-(B-3)^2 \\ &= A^2+5A+6-B^2+6B-9 \\ &= (x-y)^2+5(x-y)+6-(x+2y)^2+6(x+2y)-9 \\ &= x^2-2xy+y^2+5x-5y+6-x^2-4xy-4y^2+6x+12y-9 \\ &= -3y^2-6xy+11x+7y-3 \\ & \therefore \text{상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합} : -3-6+11+7=9 \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$
 $k^2 + 2k - 3 = 0$
 $(k-1)(k+3) = 0$
 $\therefore k = -3$ 또는 $k = 1$
 $-3, 1$ 이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로
 $9 - 3a + b = 0, a + a + b = 0$
두 식을 연립하면 $a = 2, b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$

21. 선물 가게에 원가가 1000원인 물건이 있다. 원가의 $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $2a\%$ 를 할인하여 팔았더니 120원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

원가 : 1000원

정가 : $1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2a}{100}\right) + 120 = 1000$$

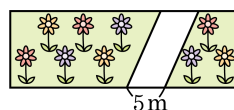
$$-10a - \frac{1}{5}a^2 + 1000 + 120 = 1000$$

$$a^2 + 50a - 600 = 0$$

$$(a + 60)(a - 10) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 10$$

22. 가로 길이가 세로의 길이보다 3 배 긴 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 화단의 넓이가 250m^2 가 되었다. 처음 화단의 가로의 길이를 구하여라.



▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

화단의 세로의 길이를 x m 라고 하면, 가로 길이는 $3x$ m 이므로

$$x \times 3x - 5 \times x = 250$$

$$(x - 10)(3x + 25) = 0$$

$$x = 10 \left(\text{단}, x > \frac{5}{3} \right)$$

따라서 가로 길이는 $3x$ 이므로 30 m이다.

23. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

24. 인수분해 공식을 이용하여 $2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2$ 를 계산할 때, 이용된 공식을 다음 보기 중에서 모두 고르면?

- ㉠

$ma + mb = m(a + b)$
- ㉡

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ㉢

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

- ①

㉠
- ②

㉠, ㉡
- ③

㉠, ㉢
- ④

㉡, ㉢
- ⑤

㉠, ㉡, ㉤

해설

$$\begin{aligned} &2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2 \\ &= 2(20^2 - 40 + 1) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= 2(20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2) \\ &= 2(20 - 1)^2 \rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= 2 \times 19^2 \end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때,
 $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$