

1. $(2x - 8)(3x + 7)$ 을 전개하면 $6x^2 - (3a + 1)x - 4b$ 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}(2x - 8)(3x + 7) &= 6x^2 - 10x - 56 \\ &= 6x^2 - (3a + 1)x - 4b \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $3a + 1 = 10$, $3a = 9$, $a = 3$,
 $-56 = -4b$, $b = 14$ 이고 $a + b = 17$ 이다.

2. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28

② -10

③ 4

④ 20

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \end{aligned}$$

x 의 계수는 $14a - 20 + b = 1$

$$14a + b = 21$$

$\therefore a = 1, b = 7$ ($\because a, b$ 는 자연수)

따라서 상수항은 $7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28$ 이다.

3. 다음이 완전제곱식이 되도록 안에 알맞은 것을 써라.

$$\frac{1}{25}x^2 + \text{} + \frac{25}{4}y^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm xy$

해설

$$\frac{1}{25}x^2 + \text{} + \frac{25}{4}y^2 = \left(\frac{1}{5}x \pm \frac{5}{2}y\right)^2 \text{ 이므로 } \text{} = \pm xy$$

4. 다음 세 식 $x^2 - 3x - 18$, $3x^2 + 7x - 6$, $2x^2 + x - 15$ 의 공통인 인수는?

① $x + 3$

② $3x - 2$

③ $2x - 5$

④ $2x + 1$

⑤ $x - 6$

해설

$$x^2 - 3x - 18 = (x - 6)(x + 3)$$

$$3x^2 + 7x - 6 = (x + 3)(3x - 2)$$

$$2x^2 + x - 15 = (2x - 5)(x + 3)$$

따라서 공통인 인수는 $(x + 3)$ 이다.

5. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$ ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$

③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$ ④ $3x^2 - x = 0$

⑤ $(x - 1)(x - 2) = x - 5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$

$2x - 6 = 0$: 일차방정식

6. $x^2 - x - 56 = 0$ 의 해 중 $2x - 8 > 0$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$(x - 8)(x + 7) = 0$$

$$x = 8 \text{ 또는 } x = -7$$

$$2x - 8 > 0$$

$$x > 4$$

$$\therefore a = 8$$

7. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 고르면?

보기

$$(x+3)(x-2)=0, x^2+4x+3=0$$

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

$$x^2+4x+3=0$$

$$(x+3)(x+1)=0$$

$$x=-3 \text{ 또는 } x=-1$$

따라서 공통근은 -3 이다.

8. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$\therefore x+y=8$ 또는 $x+y=-2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

9. 다음 식에서 $A + B$ 의 값을 구하면?

$$\begin{aligned}(3x - 1)^2 - 9(2x + 3)^2 \\ = (Ax + 8)(-3x - B)\end{aligned}$$

① 14

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$3x - 1 = a$, $2x + 3 = b$ 라 하면

$$a^2 - 9b^2 = (a + 3b)(a - 3b)$$

$$= \{(3x - 1) + 3(2x + 3)\}\{(3x - 1) - 3(2x + 3)\}$$

$$= (9x + 8)(-3x - 10)$$

$$A = 9, B = 10$$

$$\therefore A + B = 19$$

10. $x = \sqrt{5} - 2$, $y = \sqrt{5} + 2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - xy - 2y^2 \\ &= (x - 2y)(x + y) \\ &= (\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2) \\ &= (-\sqrt{5} - 6)2\sqrt{5} \\ &= -10 - 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

11. $a - 2b = 2$ 일 때, $a(x + y) - 2b(x + y) - 2x - 2y$ 의 값은?

① $-4x - 4y$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ $4x + 4y$

해설

$x + y = A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = aA - 2bA - 2A$$

$$= A(a - 2b - 2)$$

$$= A(2 - 2)$$

$$= A \times 0$$

$$= 0$$

12. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3$, $x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{4}{55}$

해설

$x = -3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 = 0, a = 11$$

$$5x^2 + 11x - 11 - 1 = 0$$

$$5x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$(5x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = \frac{4}{5}, x = -3$$

$$\therefore b = \frac{4}{5}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}$$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0$$

$$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$$

14. 이차방정식 $2x^2 + ax + 5 = 0$ 의 해가 $x = -5$ 일 때, 상수 a 의 값과 그때의 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$$2x^2 + ax + 5 = 0 \text{ 의}$$

해가 $x = -5$ 이므로 대입하면

$$50 - 5a + 5 = 0$$

$$5a = 55$$

$$\therefore a = 11$$

$$2x^2 + 11x + 5 = 0$$

$$(2x + 1)(x + 5) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -5$$

따라서 $a + (\text{다른 한 근}) = 11 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$ 이다.

15. 이차방정식 $2x^2 - 12x + k - 3 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2x^2 - 12x = -k + 3$$

$$2(x^2 - 6x) = -k + 3$$

$$2(x - 3)^2 = -k + 3 + 18$$

$$-k + 3 + 18 = 0$$

$$\therefore k = 21$$

16. 이차방정식 $(3x - 2)^2 = 5$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$(3x - 2)^2 = 5$$

$$3x - 2 = \pm \sqrt{5}$$

$$3x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{4}{3}$ 이다.

17. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k > 0$

④ $k < 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

18. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx + 8$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로
 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

19. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3

② 6

③ 9

④ 15

⑤ 21

해설

$x - y = A$, $x + 2y = B$ 라 하면

$$(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$$

$$= (A + 2)(A + 3) - (B - 3)^2$$

$$= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$$

$$= (x - y)^2 + 5(x - y) + 6 - (x + 2y)^2 + 6(x + 2y) - 9$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$$

$$= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$$

∴ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : $-3 - 6 + 11 + 7 = 9$

20. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② 3

③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$

$$k^2 + 2k - 3 = 0$$

$$(k-1)(k+3) = 0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

-3, 1이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로

$$9 - 3a + b = 0, a + a + b = 0$$

두 식을 연립하면 $a = 2, b = -3$ 이다.

$$\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$$

21. 선물 가게에 원가가 1000원인 물건이 있다. 원가의 $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $2a\%$ 를 할인하여 팔았더니 120원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

원가 : 1000원

정가 : $1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2a}{100}\right) + 120 = 1000$$

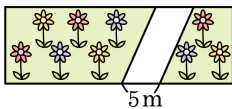
$$-10a - \frac{1}{5}a^2 + 1000 + 120 = 1000$$

$$a^2 + 50a - 600 = 0$$

$$(a + 60)(a - 10) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 10$$

22. 가로 길이가 세로 길이보다 3 배 긴 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 화단의 넓이가 250m^2 가 되었다. 처음 화단의 가로의 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 30 m

해설

화단의 세로의 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면, 가로의 길이는 $3x\text{m}$ 이므로

$$x \times 3x - 5 \times x = 250$$

$$(x - 10)(3x + 25) = 0$$

$$x = 10 \left(\text{단, } x > \frac{5}{3} \right)$$

따라서 가로의 길이는 $3x$ 이므로 30m 이다.

23. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

24. 인수분해 공식을 이용하여 $2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2$ 를 계산할 때, 이용된 공식을 다음 보기 중에서 모두 고르면?

㉠ $ma + mb = m(a + b)$

㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2 \\ &= 2(20^2 - 40 + 1) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= 2(20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2) \\ &= 2(20 - 1)^2 \rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= 2 \times 19^2 \end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$

a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$

$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$

$\therefore n = 0$