

1. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6$$

$$\therefore x = 2$$

$$8^2 \times 4^y = 64^3$$

$$4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6$$

$$\therefore y = 6$$

2. $2^x \times 2^2 = 64$ 이고 $2^5 + 2^5 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$2^{x+2} = 2^6$ 이므로 $x = 4$ 이고

$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6 = 2^y$ 이므로 $y = 6$ 이다.

따라서 $x + y = 4 + 6 = 10$ 이다.

3. 다음 중 가장 큰 수를 고르면?

① $2^2 \times 2^2$

② 3×3^2

③ $2 \times (-2)^4$

④ $(-4)^3 \times 4^2$

⑤ $(-3)^3 \times (-3)$

해설

① $2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 16$

② $3 \times 3^2 = 3^3 = 27$

③ $2 \times (-2)^4 = 2 \times 2^4 = 2^{1+4} = 2^5 = 32$

④ $(-4)^3 \times 4^2 = -4^3 \times 4^2 = -4^5 = -1024$

⑤ $(-3)^3 \times (-3) = -3^3 \times (-3) = 3^4 = 81$

4. 안에 알맞은 식을 구하면? (단, > 0)

$$(2a^4b^2)^3 \div (\text{})^2 = 2a^2b \times a^8b$$

- ① ab ② a^2b ③ $2a^2b$ ④ $2ab^2$ ⑤ ab^2

해설

$$(\text{})^2 = 8a^{12}b^6 \div 2a^{10}b^2 = 4a^2b^4$$

$$(\text{})^2 = (2ab^2)^2$$

$$\therefore \text{} = 2ab^2$$

5. $(3x^3y^2)^2 \times \boxed{} \div (6xy)^2 = 3x^7y^3$ 의 $\boxed{}$ 안에 알맞은 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x^3y$

해설

$$\begin{aligned}\boxed{} &= 3x^7y^3 \div 9x^6y^4 \times 36x^2y^2 \\ &= 3x^7y^3 \times \frac{1}{9x^6y^4} \times 36x^2y^2 \\ &= 12x^3y\end{aligned}$$

6. $-2x^5y^3 \div \square = \frac{\square^2}{4x^4y^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x^3y^2$

해설

$$-2x^5y^3 \div \square = \frac{\square^2}{4x^4y^3}$$

$$(-2x^5y^3) \times (4x^4y^3) = \square^3$$

$$(-2x^5y^3) \times (4x^4y^3) = (-8x^9y^6) = \square^3 \text{ 이므로 } \square = -2x^3y^2 \text{ 이다.}$$

7. 식 $(-2x^2 - x + 3) - (x^2 + 3x - 4)$ 를 간단히 하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & -2x^2 - x + 3 - x^2 - 3x + 4 \\ & = -3x^2 - 4x + 7 \end{aligned}$$

x 의 계수는 -4 , 상수항은 7

$$\therefore (-4) + 7 = 3$$

8. $3x^2 + 5x - 6$ 에서 어떤 식을 뺀 것은 그 어떤 식에서 $-x^2 - 5x + 14$ 를 뺀 것과 결과가 같다고 한다. 어떤 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x^2 + 4$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$3x^2 + 5x - 6 - A = A - (-x^2 - 5x + 14)$$

$$2A = 3x^2 + 5x - 6 - x^2 - 5x + 14 = 2x^2 + 8$$

$$A = x^2 + 4$$

9. 다음을 보고, 다항식 A 를 구하여라.

$8x^2-3x+2$ 에서 다항식 A 를 뺀 것은 다항식 A 에서 $2x^2+5x-4$ 를 더한 것과 결과가 같다고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x^2-4x+3$

해설

$$\begin{aligned} 2A &= (8x^2-3x+2)-(2x^2+5x-4) \\ &= 8x^2-3x+2-2x^2-5x+4 \\ &= 6x^2-8x+6 \end{aligned}$$

따라서, $A = 3x^2-4x+3$

10. $-3+2a > -3+2b$ 일 때, 다음 $\square$ 안의 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $a-4 \square b-4$

② $3a-1 \square 3b-1$

③ $-3+\frac{a}{2} \square -3+\frac{b}{2}$

④ $\frac{4a-1}{3} \square \frac{4b-1}{3}$

⑤ $\frac{1-a}{6} \square \frac{1-b}{6}$

해설

①, ②, ③, ④ : >

⑤ : < (음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐)

11. $a \geq b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

① $1 - \frac{a}{3} \geq 1 - \frac{b}{3}$

③ $4 + \frac{a}{2} \leq 4 + \frac{b}{2}$

⑤ $\frac{3}{4}a + 6 \leq \frac{3}{4}b + 6$

② $-2a + 1 \leq -2b + 1$

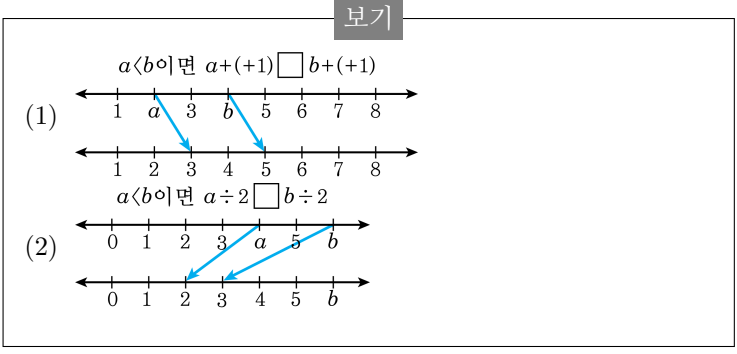
④ $3a - 5 \geq 3b - 5$

해설

② $-2a + 1 \leq -2b + 1$ 양변에 음수를 곱하여서 부등호 방향이 바뀌었다.

④ $3a - 5 \geq 3b - 5$ 양변에 같은 수를 빼어도 부등호 방향은 바뀌지 않는다.

12. 다음 보기는 부등식의 성질을 수직선 위에 나타낸 것이다. 다음 안에 알맞은 부등호를 차례대로 써넣어라.

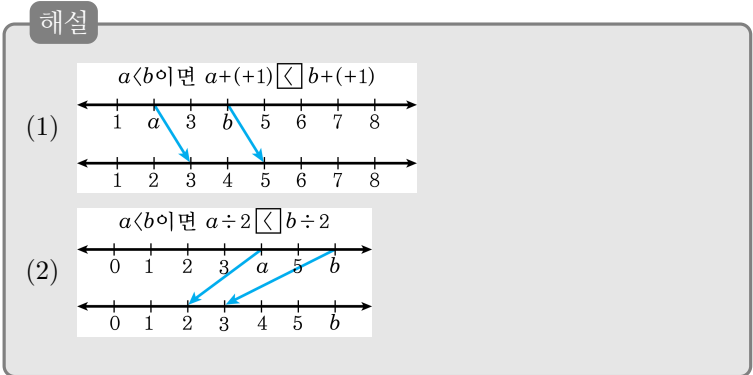


▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : <

▷ 정답 : <



13. $a < -3$ 일 때, $2a - (a + 3)x < -6$ 의 해를 구하면?

- ① $x < 0$ ② $x < 1$ ③ $x < 2$ ④ $x > 1$ ⑤ $x > 2$

해설

$$\begin{aligned} 2a - (a + 3)x &< -6 \\ -(a + 3)x &< -2a - 6 \\ (a + 3)x &> 2a + 6 \\ \therefore x &< 2 \quad (\because a + 3 < 0) \end{aligned}$$

14. 다음은 지호, 연주, 은희가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 를 각각 풀이한 과정이다. 다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<지호>
 $a < 0$ 일 때,
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$
 $5ax - 7ax > 5a + 3a$
 $-2ax > 8a$
 $x > -4$

<연주>
 $a < 0$ 일 때,
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$
 $5ax - 7ax > 5a + 3a$
 $-2ax > 8a$
 $ax < -4a$
 $x < -4$

<은희>
 $a < 0$ 일 때,
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$
 $5ax + 7ax > 5a - 3a$
 $12ax > 2a$
 $x > \frac{2}{12}$
 $x > \frac{1}{6}$

▶ 답 :
▷ 정답 : 지호

해설
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 을 정리하면 $5ax - 7ax > 5a + 3a$ 이고 간단히 하면 $-2ax > 8a$ 이다. 양변을 -2 로 나누면 $ax < -4a$ 이고, 다시 $a < 0$ 이므로, 양변을 나누면 부등호의 방향이 다시 바뀌어야 한다. 따라서 $x > -4$ 이다. 따라서 지호의 풀이가 올바른 풀이다. 연주의 풀이는 $ax < -4a$ 에서 양변을 $a < 0$ 로 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌지 않았다. 은희의 풀이는 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 를 정리하는 과정에서 하나의 항이 우변에서 좌변으로 갈 때와 좌변에서 우변으로 갈 때 $+$ 는 $-$ 로, $-$ 는 $+$ 로 바뀌지 않았다.

15. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.
정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.
지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x < -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.
정희 : 그렇다면 $x < -18$ 이 되는구나.

- ① 정민 ② 민호 ③ 지현 ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.
정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.
지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x > -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.
정희 : 그렇다면 $x > -18$ 이 되는구나.

지윤은 $a < 0$ 임을 알고 있었지만 $-a > 0$ 를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x > -18$ 이 아닌 $x < -18$ 이라고 하였다.

16. 욕조에 물을 받으려고 한다. 처음 들어 있는 물의 양에 2L를 더 붓고, 그 전체의 양의 2배를 더 부어도 물의 양이 15L를 넘지 않는다고 한다. 처음 물통에는 최대 몇 L의 물이 있었는지 구하여라.

▶ 답 : L

▷ 정답 : 3L

해설

처음 들어있는 물의 양을 x L라 하면
 $(x + 2) + 2(x + 2) \leq 15$ 에서 $x \leq 3$
따라서 처음 물통에 들어있던 물의 양은 3L 이하이다.

17. 200L 의 물을 담을 수 있는 통이 있다. 처음에는 분당 8L 의 속도로 물을 채우다가 분당 16L 의 속도로 물을 채워 물을 채우기 시작한 지 20 분 이내로 가득 채우려고 한다. 다음 중 분당 8L 의 속도로 채울 수 있는 최대 시간을 구하면?

① 5분 ② 10분 ③ 15분 ④ 20분 ⑤ 25분

해설

8L 의 속도로 채우는 시간 x 분 , 16L 의 속도로 채우는 시간 $(20 - x)$ 분 이다.

$$8x + 16(20 - x) \geq 200$$

$$8x + 320 - 16x \geq 200$$

$$-8x \geq -120$$

$$x \leq 15$$

따라서 최대시간은 15 분이다.

18. 90L 물탱크에 물을 채우는데 경심이가 1분에 3L씩 5분 동안 물을 부은 후 경준이가 15분 이내에 물탱크에 물을 가득 채우려 한다. 1분에 몇 L 이상씩 물을 부어야 하는지 구하여라.

▶ **답:** L

▶ 정답 : 5L

해설

90 L 물통에서 $3\text{ L} \times 5$ 를 제외한 양을 15분 이내에 1분에 $x\text{ L}$ 씩 채워서 총 90 L를 만들어야 한다.

$$3 \times 5 + 15 \times x \geq 90, \quad x \geq 5$$

19. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$
따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

20. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$$\frac{f(3) + f(3)}{f(3) + f(3)}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y) \text{ 이므로}$$

$$f(k) \equiv f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) \equiv f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$f(k) = f(2 \times 2 \times \dots)$$

$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$
따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개)이다.

21. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

22. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-\frac{8y}{x^2}$
- ② $\frac{8y}{x^2}$
- ③ $-\frac{8y}{x}$
- ④ $-\frac{y}{x^2}$
- ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1} \\ &= -\frac{8y}{x^2} \end{aligned}$$

23. $x = 2$, $y = \frac{1}{3}$, $z = -4$ 일 때, $\frac{xy^2z - 2x^2y + 5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{y}{3x} - \frac{2}{3z} + \frac{5z}{3x^2} \\&= \frac{3}{6} - \left(\frac{2}{-12}\right) + \left(-\frac{20}{12}\right) \\&= \frac{1}{18} + \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \\&= -\frac{13}{9}\end{aligned}$$

24. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$