

1. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

2. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면 $a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다.
따라서 $a(a + 4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고
 $a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

3. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은?

(단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $z \cdot \bar{z} = 1$
- ② $z + \bar{z} = 0$
- ③ $z + \bar{z} = 1$
- ④ $z + \bar{z} = -1$
- ⑤ $(z + 1)(\bar{z} + 1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z - \bar{z}) - z\bar{z}(z - \bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z - \bar{z})(1 - z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모) $\neq 0$ 이므로

$$(\text{분자}) = (z - \bar{z})(1 - z\bar{z}) = 0$$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$$\therefore z\bar{z} = 1$$

4. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$
- ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
- ③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
- ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
- ⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.