

1. 다음 중 $\sqrt{23+3x}$ 가 가장 작은 자연수가 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\sqrt{23+3x}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $23+3x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$$23+3x=25$$

$$\therefore x=\frac{2}{3}$$

2. $\sqrt{x^2+7}$ 이 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x^2+7} = 3$ 이 되려면 $x^2+7=9$,
 $x^2=2$ 이다.
 $\therefore x = \pm\sqrt{2}$ (자연수가 아님)
 $\sqrt{x^2+7} = 4$ 가 되려면 $x^2+7=16$
 $x^2=9$ 이다.
 $x = \pm 3$ 이고
 x 가 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

3. 다음 5 개의 수 A, B, C, D, E 가 정수가 되는 수 중 가장 작은 자연 수를 a, b, c, d, e 라 한다. 다음 중 옳은 것은?

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{4+a}, & B &= \sqrt{5^2+b} \\ C &= \sqrt{5^2 \times 3^3 \times c}, & D &= \sqrt{160+2d} \end{aligned}$$

- ① $a < b < c < d$ ② $a < c < b < d$ ③ $b < a < d < c$
- ④ $c < d < a < b$ ⑤ $c < a < b < d$

해설

정수가 되려면 근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다.

A 에서 $4+a=9$ 일 때 a 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.
 $\therefore a=5$

B 에서 $5^2+b=36$ 일 때 b 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.
 $\therefore b=11$

C 에서 $5^2 \times 3^3 \times c$ 가 제곱수가 되려면 가장 작은 수는 $c=3$ 일 때 이다.

D 에서 $160+2d=196(=14^2)$ 일 때 d 가 가장 작은 수이면서 근호 안이 제곱수가 된다.
 $\therefore d=18$

$\therefore c < a < b < d$

5. $\sqrt{26+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$26+x$ 가 26 보다 큰 제곱수여야 하므로

$26+x=36, 49, 64, 81\cdots$

$26+x=36$

$\therefore x=10$

6. $\sqrt{n^2+77}=m$ 이 되도록 자연수 m, n 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m=39, n=38$ 또는 $m=9, n=2$

해설

양변을 제곱하면 $n^2+77=m^2$ 이므로

$$m^2-n^2=(m-n)(m+n)=77$$

따라서 $(m+n, m-n)=(77, 1)$ 또는 $(11, 7)$ ($\because m, n$ 은 자연수이므로 $m+n>m-n$)

따라서 $m=39, n=38$ 또는 $m=9, n=2$ 이다.

7. 다음 중 1 과 2 사이에 있는 수를 모두 고르면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ π

해설

- ① $0 < \frac{1}{2} < 1$
② $1 < \sqrt{2} < 2$
③ $1 < \sqrt{3} < 2$
④ $2 < \sqrt{5} < 3$
⑤ $3 < \pi < 4$

8. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

- ① $\sqrt{5} - 0.01$ ② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ ③ $\sqrt{3} + 0.02$
④ 2 ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0.75} < \sqrt{3}$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 실수는 무수히 많다.
- ② $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 2개이다.
- ③ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 유리수는 유한개이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 무리수 x 는 무수히 많다.
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설

$\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 의 2개이고, 유리수와 무리수는 무수히 많다.

10. 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{2} + 1$ 사이의 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{3} + 0.09$, $\sqrt{3} + 0.5$, $\sqrt{2} + 0.5$
 $\sqrt{2} + 0.09$, $\sqrt{2} + 0.9$, $\sqrt{3} + 0.7$

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$
 $\sqrt{3} < x < \sqrt{2} + 1 \rightarrow 1.732 < x < 2.414$
 $\sqrt{2} + 0.09 \approx 1.414 + 0.09 = 1.504$
 $\sqrt{3} + 0.7 \approx 1.732 + 0.7 = 2.432$

11. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$