

1. 다음 중 $\sqrt{23+3x}$ 가 가장 작은 자연수가 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{3}$

해설

$\sqrt{23+3x}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $23+3x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$$23 + 3x = 25$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

2. $\sqrt{x^2 + 7}$ 이 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\sqrt{x^2 + 7} = 3$ 이 되려면 $x^2 + 7 = 9$,
 $x^2 = 2$ 이다.

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ (자연수가 아님)

$\sqrt{x^2 + 7} = 4$ 가 되려면 $x^2 + 7 = 16$
 $x^2 = 9$ 이다.

$x = \pm 3$ 이고

x 가 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

3. 다음 5 개의 수 A, B, C, D, E 가 정수가 되는 수 중 가장 작은 자연 수를 a, b, c, d, e 라 한다. 다음 중 옳은 것은?

$$A = \sqrt{4+a}, \quad B = \sqrt{5^2+b}$$

$$C = \sqrt{5^2 \times 3^3 \times c}, \quad D = \sqrt{160+2d}$$

- ① $a < b < c < d$ ② $a < c < b < d$ ③ $b < a < d < c$
 ④ $c < d < a < b$ ⑤ $c < a < b < d$

해설

정수가 되려면 근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다.

A 에서 $4+a = 9$ 일 때 a 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.

$$\therefore a = 5$$

B 에서 $5^2 + b = 36$ 일 때 b 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.

$$\therefore b = 11$$

C 에서 $5^2 \times 3^3 \times c$ 가 제곱수가 되려면 가장 작은 수는 $c = 3$ 일 때 이다.

D 에서 $160 + 2d = 196 (= 14^2)$ 일 때 d 가 가장 작은 수이면서 근호 안이 제곱수가 된다.

$$\therefore d = 18$$

$$\therefore c < a < b < d$$

4. 10 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 16개

해설

$$a = 1 \text{인 경우, } b = 3, 8$$

$$a = 2 \text{인 경우, } b = 2, 7$$

$$a = 3 \text{인 경우, } b = 1, 6$$

$$a = 4 \text{인 경우, } b = 5$$

$$a = 5 \text{인 경우, } b = 4$$

$$a = 6 \text{인 경우, } b = 3, 10$$

$$a = 7 \text{인 경우, } b = 2, 9$$

$$a = 8 \text{인 경우, } b = 1, 8, a = 9 \text{인 경우, } b = 7$$

$$a = 10 \text{인 경우, } b = 6$$

∴ 16개

5. $\sqrt{26+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$26+x$ 가 26 보다 큰 제곱수여야 하므로

$$26+x = 36, 49, 64, 81 \dots$$

$$26+x = 36$$

$$\therefore x = 10$$

6. $\sqrt{n^2 + 77} = m$ 이 되도록 자연수 m, n 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m = 39, n = 38$ 또는 $m = 9, n = 2$

해설

양변을 제곱하면 $n^2 + 77 = m^2$ 이므로

$$m^2 - n^2 = (m - n)(m + n) = 77$$

따라서 $(m + n, m - n) = (77, 1)$ 또는 $(11, 7)$ ($\because m, n$ 은 자연수이므로 $m + n > m - n$)

따라서 $m = 39, n = 38$ 또는 $m = 9, n = 2$ 이다.

7. 다음 중 1 과 2 사이에 있는 수를 모두 고르면?

① $\frac{1}{2}$

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ $\sqrt{5}$

⑤ π

해설

① $0 < \frac{1}{2} < 1$

② $1 < \sqrt{2} < 2$

③ $1 < \sqrt{3} < 2$

④ $2 < \sqrt{5} < 3$

⑤ $3 < \pi < 4$

8. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① $\sqrt{5} - 0.01$

② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$

③ $\sqrt{3} + 0.02$

④ 2

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\textcircled{5} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0.75} < \sqrt{3}$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 실수는 무수히 많다.

② $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 2개이다.

③ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 유리수는 유한개이다.

④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 무리수 x 는 무수히 많다.

⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설

$\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 의 2개이고, 유리수와 무리수는 무수히 많다.

10. 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{2} + 1$ 사이의 무리수는 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{3} + 0.09, \sqrt{3} + 0.5, \sqrt{2} + 0.5$$
$$\sqrt{2} + 0.09, \sqrt{2} + 0.9, \sqrt{3} + 0.7$$

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$$

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{2} + 1 \rightarrow 1.732 < x < 2.414$$

$$\sqrt{2} + 0.09 \approx 1.414 + 0.09 = 1.504$$

$$\sqrt{3} + 0.7 \approx 1.732 + 0.7 = 2.432$$

11. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 \sqrt{a} , 가장 작은 수를 \sqrt{b} 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25},$$

$$9 = \sqrt{81},$$

$$a = 80,$$

$$b = 26,$$

$$\therefore a + b = 106$$