1. 한 변의 길이가 각각 3cm , 4cm 인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하
여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
큰 정사각형의 넓이는 25cm^2 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{25} = 5(\text{cm})$ 이다.

2. 제곱근 $2.\dot{9}\dot{9}$ 의 값과 2 를 제곱근으로 갖는 수의 제곱근의 합을 구하면?

① 0 ② $\sqrt{3}$ ③ 7 ④ 8 ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$2.\dot{9}\dot{9} = \frac{299-2}{99} = \frac{297}{99} = \frac{99}{33} = 3$

(제곱근 3)= $\sqrt{3}$

2 를 제곱근으로 갖는 수는 4 이므로 (4 의 제곱근)= ± 2 이다.

따라서 합은 $\sqrt{3} + 2 + (-2) = \sqrt{3}$ 이다.

3. 다음 보기에서 제곱근을 구한 것 중 바르지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 49 의 음의 제곱근 → -7

㉡ 1 의 제곱근 → 1

㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 → ± 2

㉣ $(-5)^2$ 의 제곱근 → ± 5

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ 1 의 제곱근 → ± 1
㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 → 2 의 제곱근 → $\pm\sqrt{2}$

4. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$ ② $\sqrt{121}$ ③ $\sqrt{1}$
④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$
② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$
④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$
⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

5. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.\dot{4}, \frac{4}{25}$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm\sqrt{12}$
0.4 의 제곱근 $\pm\sqrt{0.4}$
$\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm\frac{1}{4}$
$0.\dot{4}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{3}$
$\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{5}$

6. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{36}$ ② 169 ③ $3.\dot{9}$ ④ $\frac{98}{2}$ ⑤ 0.4

해설

①($\sqrt{36}$ 의 제곱근)$= 6$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$

② $169 = 13^2$ 이므로 169 의 제곱근은 ± 13

③ $3.\dot{9} = \frac{36}{9} = 4$ 이므로 $3.\dot{9}$ 의 제곱근은 ± 2

④ $\frac{98}{2} = 49$ 이므로 $\frac{98}{2}$ 의 제곱근은 ± 7

⑤ 0.4 의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

7. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$

8. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 5 배이다.

② 25 의 제곱근은 5 이다.

③ $-\sqrt{(-3)^2}$ 은 -3 이다.

④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ -8 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

해설

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 $\sqrt{5}$ 배이다.
② 25 의 제곱근은 ± 5 이다.
④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
⑤ 음수의 제곱근은 없다.

9. $(-12)^2$ 의 제곱근 중 양수인 것을 x , $\sqrt{625}$ 의 제곱근 중 음수인 것을 y 라 할 때, $x-2y$ 의 값을 구하여라.

① 2 ② 7 ③ 17 ④ 22 ⑤ 29

해설

$(-12)^2 = 144$ 의 제곱근은 ± 12 , 양수 $x = 12$
$\sqrt{625} = 25$ 의 제곱근 ± 5 , 음수 $y = -5$
$\therefore x - 2y = 12 - 2 \times (-5) = 12 - (-10) = 22$

10. 81 의 양의 제곱근을 x , 25 의 음의 제곱근을 y 라고 할 때, $x \times y, x - y, -\frac{x}{y}, x + y$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \times y < -\frac{x}{y} < x + y < x - y$

해설

81 의 양의 제곱근 $= 9$
25 의 음의 제곱근$= -5$
$x \times y = -45, x - y = 14, -\frac{x}{y} = \frac{9}{5}, x + y = 4$

11. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - \left(-\sqrt{6}\right)^2$ 일 때, A^2 의 값은?

① 1　　② $\frac{6}{7}$　　③ 7　　④ $\frac{36}{49}$　　⑤ 49

해설

$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$

$\therefore A^2 = 49$

12. A, B 가 다음과 같을 때, $A+B$ 의 값은?

$$A = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{(-3)^4} \times \left(-\sqrt{2}\right)^2$$
$$B = \sqrt{144} \times \sqrt{\frac{25}{81}} \div \left(-\sqrt{\frac{4}{9}}\right)$$

① -21　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 21

해설

$A = 14 \div 2 - 3^2 \times 2 = 7 - 18 = -11$

$B = 12 \times \frac{5}{9} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = 12 \times \frac{5}{9} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -10$

$\therefore A + B = -11 + (-10) = -21$

13. $\sqrt{\frac{32}{3}x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$\sqrt{\frac{32}{3}x} = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times k^2$

$k = 4$ 일 때, $x = 96$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

14. $\sqrt{180x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$180x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times x$이고,
x는 가장 작은 두 자리의 자연수이므로
$x = 2^2 \times 5 = 20$ 이다.

15. 자연수 x에 대하여 $1 < x < 50$일 때, $\sqrt{20x}$가 자연수가 되도록 하는 모든 x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

▷ 정답 : $x = 20$

▷ 정답 : $x = 45$

해설

$20x = 2^2 \times 5 \times x$ 이므로
$x = 5,\ 2^2 \times 5,\ 3^2 \times 5,\ 2^4 \times 5 \cdots$
$1 < x < 50$이므로, $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5$ 이다.

16. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{24} < 5$　② $\sqrt{17} > 4$　③ $4 < \sqrt{20}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$　⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

17. 다음 중 2 보다 큰 것을 모두 찾아라.

보기

$\sqrt{2},\ \sqrt{\frac{3}{2}}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{3}, 2\sqrt{4},\ \sqrt{7}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

▷ 정답 : $2\sqrt{4}$

▷ 정답 : $\sqrt{7}$

해설

$\sqrt{2},\ \sqrt{\frac{3}{2}}$ 은 $\sqrt{4} = 2$ 보다 작다.

$2\sqrt{2}, 3\sqrt{3}, 2\sqrt{4},\ \sqrt{7}$ 은 모두 $\sqrt{4} = 2$ 보다 크다.

18. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3},\quad -\sqrt{2},\quad 2,\quad 1,\quad -\sqrt{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{3}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

19. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.\dot{9}},\ 2\sqrt{6},\ \sqrt{0.04},\ \sqrt{\frac{2}{4}},\ \sqrt{9}-\sqrt{3}$$

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.\dot{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9}-\sqrt{3}$ 이 무리수이다.

20. 다음 중 무리수인 것은 모두 몇 개인가?

$\sqrt{2}+3$, $-\sqrt{0.04}$, $\frac{\pi}{4}$ $\sqrt{(-13)^2}$, $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$, $-\frac{\sqrt{25}}{9}$

① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

유리수 : $-\sqrt{0.04}=-0.2$, $\sqrt{(-13)^2}=13$,

$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{16}=4$, $-\frac{\sqrt{25}}{9}=-\frac{5}{9}$

$\therefore$ 무리수인 것은 $\sqrt{2}+3$, $\frac{\pi}{4}$ (2 개)

21. 다음 수들을 소수로 나타낼 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은?

① $0.\dot{6}+\sqrt{3}$ ② $\frac{3}{\sqrt{4}}$ ③ $\sqrt{0.25}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\sqrt{\frac{9}{4}}$

해설

② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}=0.3333\cdots$ ⑤ $\frac{3}{2}$

22. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a, $\sqrt{10}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}-3\sqrt{5}-2\sqrt{10}+6$

해설

$2<\sqrt{5}<3$ 이므로 $a=\sqrt{5}-2$ 이고,
$3\ \sqrt{10}<4$ 이므로 $b=\sqrt{10}-3$ 이다.

$$\begin{aligned} ab &= (\sqrt{5}-2)(\sqrt{10}-3) \\ &= \sqrt{50}-3\sqrt{5}-2\sqrt{10}+6 \\ &= 5\sqrt{2}-3\sqrt{5}-2\sqrt{10}+6 \end{aligned}$$

23. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a 라고 할 때, a 의 역수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}+2$

해설

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5}-2$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$

24. $\frac{7-3\sqrt{5}}{3}$ 를 정수 부분과 소수 부분으로 나누어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 정수 부분 : 0

▷ 정답 : 소수 부분 : $\frac{7-3\sqrt{5}}{3}$

해설

$\frac{7-3\sqrt{5}}{3} = \frac{7-\sqrt{45}}{3} = \frac{7-6.\cdots}{3} = \frac{0.\cdots}{3} = 0.\cdots$ 이므로 정수 부분 : 0, 소수 부분 : $\frac{7-3\sqrt{5}}{3}$ 이다.

25. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} \div (\sqrt{-3a})^2 \times \sqrt{(-\frac{1}{4}a)^2} \times \left(\sqrt{0.2a}\right)^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{a^2}{12}$

해설

$-\sqrt{25a^2} \div (\sqrt{-3a})^2 \times \sqrt{(-\frac{1}{4}a)^2} \times \left(\sqrt{0.2a}\right)^2$

$= -|5a| \div |3a| \times |\frac{1}{4}a| \times |\frac{1}{5}a|$

$= -5a \times \frac{1}{3a} \times \frac{1}{4}a \times \frac{1}{5}a$

$= -\frac{a^2}{12}$

26. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0　　② $2a$　　③ $a-b$　　④ $2b$　　⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.
$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.
$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$
$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$
$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$
따라서
$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=-a+b-(-a)+b$
$=2b$

27. 두 수 a, b 가 $a+b<0$, $ab<0$, $|a|<|b|$를 만족할 때, $\sqrt{9a^2}+\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a+b$　　② $-5a-b$　　③ $-5a+b$

④ $5a+b$　　⑤ $5a-b$

해설

$a>0$, $b<0$이므로

(준식) $=|3a|+|-b|+|-2a|-|2b|$

$=3a-b+2a+2b$

$=5a+b$

28. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$　　② $b - a < 0$　　③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$　　⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$
$= \sqrt{7} - 3$
$= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$
$\therefore\ a - b < 0$

② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$
$= -\sqrt{7} + 3$
$= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$
(우변)$= 3 = \sqrt{9}$
$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$
$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1$
$= \sqrt{8} - 2$
$= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$
$\therefore\ a + 1 > 0$

29. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\sqrt{32}-2-\left(\sqrt{8}+3\right)<0$ 이므로

$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$

$\sqrt{2}+2-\left(\sqrt{3}-1\right)>0$ 이므로

$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$

두 수의 합은 $\sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $a+b=7$ 이다.

30. $\sqrt{18}+3$과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a, $2\sqrt{7}$과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4　　② 2　　③ 0　　④ -2　　⑤ -4

해설

① $\sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$

$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$

② $2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$

$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$

$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$

$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4$ 이다.

31. 다음을 만족하는 양수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{5c}{a-b}}$ 의 값을 구하여라.

$$2\sqrt{8} = \sqrt{a}$$
$$\sqrt{98} = b\sqrt{2}$$
$$\sqrt{1800} = c\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

$2\sqrt{8} = \sqrt{32} = \sqrt{a}$
$\sqrt{98} = 7\sqrt{2} = b\sqrt{2}$
$\sqrt{1800} = 30\sqrt{2} = c\sqrt{2}$
이므로 $a = 32, b = 7, c = 30$ 이다.
$\therefore \sqrt{\frac{5c}{a-b}} = \sqrt{\frac{5 \times 30}{32-7}} = \sqrt{6}$

32. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$

$\therefore a = 16,\ b = 13$

$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$

33. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28}$

$= 8 = 4\sqrt{4}$

$4\sqrt{x} = 4\sqrt{4}$ 이므로 $x = 4$

34. $\frac{1}{\sqrt{12}}+\frac{3}{\sqrt{27}}-\sqrt{12}=A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{6}+\frac{\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{6}-\frac{12\sqrt{3}}{6}$$
$$=-\frac{9\sqrt{3}}{6}$$
$$=-\frac{3\sqrt{3}}{2}$$ 이다.

따라서 $A=-\frac{3}{2}$ 이다.

35. 다음 식을 만족하는 유리수 k의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4}$$
$$= -\frac{11\sqrt{2}}{4}$$

$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2}$ 이므로

$k = -\frac{11}{4}$ 이다.

36. $\sqrt{32}+\dfrac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{50}=a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2}\times\sqrt{\dfrac{4}{5}}\times\sqrt{125}=b\sqrt{5}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① -2　　② -1　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$4\sqrt{2}+4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$　$\therefore\ a=3$

$$\sqrt{\frac{20}{100}}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}\times5\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}\times5\sqrt{5}$$
$$=2\sqrt{5}$$

$\therefore\ b=2$

$\therefore\ a-b=1$