**1.** $x$에 대한 부등식 $ax+b \leq bx+a$에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 $a, b$는 실수)

① $a > b > 0$일 때, 해는 $x \geq 1$이다.

② $a < b < 0$일 때, 해는 없다.

③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.

④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

**해설**

$ax+b \leq bx+a$ 에서 $(a-b)x \leq a-b$

( i ) $a > b$일 때, $a-b > 0$이므로 $x \leq \dfrac{a-b}{a-b}$

$\therefore x \leq 1$

( ii ) $a = b$ 일 때, $a-b = 0$이므로 $0 \cdot x \leq 0$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

(iii) $a < b$일 때, $a-b < 0$이므로 $x \geq \dfrac{a-b}{a-b}$

$\therefore x \geq 1$

( i ), ( ii ), (iii) 에서 해는 모든 실수

**2.** 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x-3) > 2(x+3) \\ 5(x+9) - 5 > 15(x-4) \end{cases}$$

① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i ) $3(4x-3) > 2(x+3)$

$\Rightarrow\ 12x - 9 > 2x + 6$

$\Rightarrow\ x > \frac{3}{2}$

ii ) $5(x+9) - 5 > 15(x-4)$

$\Rightarrow\ x + 9 - 1 > 3x - 12$

$\Rightarrow\ x < 10$

$\therefore\ \frac{3}{2} < x < 10$

$a = \frac{3}{2}$, $b = 10$ 이므로 $b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$

**3.** 연립부등식 $\begin{cases} -(6-2x) > 10 \\ 9x+10 \le 8x+18 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -4$
② $-4 \le x < 8$
③ 해가 없다.
④ $2 \le x < 8$
⑤ $x > 8$

해설

( i ) $-(6-2x) > 10,\ x > 8$
( ii ) $9x+10 \le 8x+18,\ x \le 8$
따라서 해가 없다.

**4.** 연립부등식 $1 < -\dfrac{x-a}{3} < 2$ 의 해가 $1 < x < b$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① 1　② 3　③ 7　④ 9　⑤ 11

해설

$$1 < -\frac{x-a}{3} < 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 < -\dfrac{x-a}{3} \\ -\dfrac{x-a}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < a-3 \\ a-6 < x \end{cases}$$

$a-6=1 \quad \therefore\ a=7$

$a-3=b \quad \therefore\ b=4$

$\therefore\ a-b=7-4=3$

**5.** 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 $a$, $b$의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1$, $\dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

**6.** 연립부등식 $\begin{cases} x^2+3x-4<0 \\ (x-a)(x+2)>0 \end{cases}$ 의 해가 $-2<x<1$이 될 때, 실수 $a$의 최댓값은?

① $0$ ② $-2$ ③ $-4$ ④ $-6$ ⑤ $-8$

해설

$x^2+3x-4<0$의 해가
$-4<x<1$이므로
연립부등식의 해가 $-2<x<1$가 되려면
$(x-a)(x+2)>0$의 해는
$x<a, x>-2$이고, $a\le -4$이다.

**7.** 부등식 $(a+b)x+(2a-b)>0$의 해가 $x<-1$일 때, 부등식 $ax+b>0$의 해를 구하면?

① $x<-\frac{1}{2}$ ② $x<-\frac{1}{3}$ ③ $x>-\frac{1}{2}$
④ $x>-\frac{1}{3}$ ⑤ $x>-1$

해설

$(a+b)x+(2a-b)>0$의 해가 $x<-1$이려면

$a+b<0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$-\frac{2a-b}{a+b}=-1 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡에서 $a=2b$이고 $a+b=2b+b=3b<0$

$\therefore \ b<0$

$ax+b>0$에서 $2bx+b>0, \ 2bx>-b$

$b<0$이므로 $x<-\frac{1}{2}$

**8.** 부등식 $2|x+2|+|x-2|<6$을 만족하는 정수 $x$의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

i ) $x<-2$일 때

$-2(x+2)-(x-2)<6,\ x>-\frac{8}{3}$

공통부분은 $-\frac{8}{3}<x<-2$

ii ) $-2\le x<2$일 때

$2(x+2)-(x-2)<6,\ x<0$

공통부분은 $-2\le x<0$

iii) $x\ge 2$일 때

$2(x+2)+(x-2)<6,\ x<\frac{4}{3}$

공통부분은 없음

i ), ii ), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3}<x<0$

정수 $x$ : $-2,\ -1$ (2개)

**9.** 이차부등식 $-4x^2+12x-9 \geq 0$의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2},\ x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$-4x^2+12x-9 \geq 0$

$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9 \leq 0$

$\Rightarrow\ (2x-3)^2 \leq 0$

$\therefore\ x = \frac{3}{2}$

**10.** 부등식 $x^2-2x-2<2|x-1|$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은?

① $0$　② $-2$　③ $2$　④ $6$　⑤ $-6$

**해설**

$x^2-2x-2<2|x-1|$에서 구간을 나누어 해를 구한다.

( i ) $x\geq 1$일 때, $x^2-2x-2<2(x-1)$

$x^2-4x<0,\ x(x-4)<0,\ 0<x<4$

공통범위는 $1\leq x<4$

( ii ) $x<1$일 때, $x^2-2x-2<-2(x-1)$

$x^2-4<0,\ -2<x<2$

공통범위는 $-2<x<1$

i + ii : $-2<x<4 \Leftrightarrow \alpha<x<\beta$

$\therefore \beta-\alpha=4-(-2)=6$

**11.** 부등식 $ax^2+5x+b>0$ 을 풀어서 $2<x<3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $ab=6$

해설

$ax^2+5x+b>0 \quad \cdots\cdots ㉠$

해가 $2<x<3$ 이 되는 이차부등식은

$(x-2)(x-3)<0$ 전개하면

$x^2-5x+6<0 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해

양변에 $-1$ 을 곱하면

$-x^2+5x-6>0 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a=-1$ , $b=-6$

**12.** $x$에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 $a$의 범위를 구하면 $a \le k$이다. 이 때, $k$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

i ) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1$, $a < 2$

ii ) $f(1) > 0$, $1 - a + 9 > 0$, $a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \ge 0$, $a \ge 6$, $a \le -6$

따라서 i ), ii ), iii)에 의해 $a \le -6$

$\therefore k = -6$

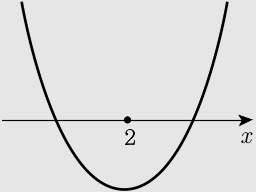
**13.** 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 $m$의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$　② $m > 1$　③ $m > -2$

④ $m > 2$　⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다
작은 근을 가지면 $f(2) < 0$
$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$

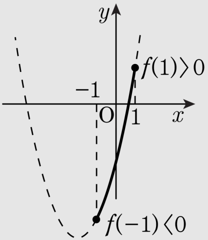


**14.** 이차방정식 $x^2+4mx-3m=0$의 한 근은 $-1$과 $1$사이에 있고, 또 한 근은 $-1$보다 작도록 하는 실수 $m$의 범위를 구하면?

① $m>\frac{2}{9}$ ② $m>\frac{1}{7}$ ③ $m>-\frac{1}{3}$
④ $m<-\frac{1}{3}$ ⑤ $m<\frac{2}{9}$

해설

$f(x)=x^2+4mx-3m$으로 놓을 때,
$f(x)=0$의 근이 한 근은 $-1$과 $1$사이에 있고, 또 한 근은 $-1$보다 작아야 하므로




$f(-1)=1-4m-3m<0 \Rightarrow m>\frac{1}{7}$

$f(1)=1+4m-3m>0 \Rightarrow m>-1$

$\therefore\ m>\frac{1}{7}$

**15.** 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$A : 5(x+2) \leq 26+x \;\Rightarrow\; x \leq 4$

$B : 1-x < 3(2x+1) \;\Rightarrow\; x > -\frac{2}{7}$

$C : 3x-5 < -(x+1) \;\Rightarrow\; x < 1$

$\therefore\; -\frac{2}{7} < x < 1$

**16.** $a-1<x<a+1$을 만족하는 모든 $x$가 $-1<x<3$을 만족할 때, 상수 $a$의 값의 범위는?

① $0<a<2$ ② $0 \le a \le 2$ ③ $a<0,\ a>2$

④ $a \le 0,\ a \ge 2$ ⑤ 구할 수 없다.

해설

$a-1 \ge -1$ 이고, $a+1 \le 3$ 이어야 하므로

$a \ge 0,\ a \le 2$

$\therefore\ 0 \le a \le 2$

**17.** 모든 실수 $x$에 대하여 $(|a|+a)x \geq a^2+a-20$이 성립할 때, 정수 $a$의 개수를 구하면?

① 9개　② 6개　③ 5개　④ 4개　⑤ 3개

해설

$(|a|+a)x \geq a^2+a-20$에서
$a$의 부호에 따라 범위를 나누면,
① $a<0$ : $|a|=-a$
$0 \cdot x \geq a^2+a-20$, $(a+5)(a-4) \leq 0$에서
$-5 \leq a \leq 4$
$\therefore\ -5 \leq a < 0$
② $a=0$ : $0 \cdot x \geq -20$이므로, 항상 성립한다.
$\therefore\ a=0$
③ $a>0$ : $|a|=a$

$$2a \cdot x \geq a^2+a-20,\ x \geq \frac{1}{2a}(a^2+a-20)$$

모든 $x$에 대해서 위 부등식이 성립할 수 없다.
∴ ①과 ②를 동시에 만족하는 $a$의 범위는 $-5 \leq a \leq 0$,
따라서 정수 $a$의 개수는 6개

**18.** 두 부등식 $x^2-2x-8>0$,
$x^2-(2a+1)x+a^2+a<0$에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록 하는 실수 $a$의 범위를 $b \le a \le c$라 할 때, $b+c$의 값을 구하면?

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$(x-4)(x+2)>0$,
$\therefore\ x>4,\ x<-2$
$x^2-(2a+1)x+a(a+1)<0$
$(x-a)(x-a-1)<0$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
$a \ge -2,\ a+1 \le 4 \rightarrow a \le 3$
$\therefore\ -2 \le a \le 3$
$\therefore\ b=-2,\ c=3$
$\therefore\ b+c=1$

**19.** $x+y=13$ 일 때, $5x-9<2x+3y<2y+9$ 를 만족하는 $x$의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-5$

해설

주어진 부등식 $5x-9<2x+3y<2y+9$ 에 $y=13-x$ 를 대입하면,

$5x-9<2x+3(13-x)<2(13-x)+9$

$5x-9<-x+39<-2x+35$

둘로 나누어 풀면,

$5x-9<-x+39$

$6x<48$

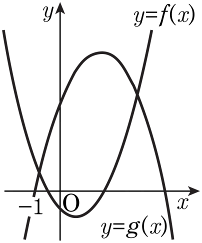
$\therefore\ x<8$

$-x+39<-2x+35$

$\therefore\ x<-4$

따라서 해가 $x<-4$ 이므로 $x$의 값 중 가장 큰 정수는 $-5$ 이다.

**20.** 이차항의 계수가 각각 $1$, $-1$인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식 $f(x)-g(x)\le 0$의 해가 $-1\le x\le 3$이고 $f(2)=1$일 때, $g(1)$의 값은?




① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y=f(x)$의 $y$절편이 $-1$이므로 $f(x)=x^2+ax-1$로 놓을 수 있다.

$f(2)=2a+3=1$에서 $a=-1$

$\therefore f(x)=x^2-x-1$

$g(x)=-x^2+bx+c$로 놓으면 $f(x)-g(x)\le 0$의 해가 $-1\le x\le 3$이므로

$f(x)-g(x)=2x^2-(1+b)x-1-c=2(x+1)(x-3)=2x^2-4x-6$

따라서, $1+b=4$, $-1-c=-6$에서

$b=3$, $c=5$

$\therefore g(x)=-x^2+3x+5$

$\therefore g(1)=7$