

1.  $x$ 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수  $a, b, c$ 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + a(x - 1)(x - 2) + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x$ 에 대한 항등식이므로

$$x = 1 \text{ 일 때, } 2 = c \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 을 연립하여 풀면  $a = 6, b = 7, c = 2$

$$\therefore a + b + c = 15$$

2.  $x$ 에 대한 항등식  $\frac{x^2-3x-1}{x-1} - \frac{x^2-x-3}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax+B}{x(x-1)(x+1)}$  에서  $A-B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에  $x=2$ ,  $x=-2$ 를 대입해서 정리하면

$x=2$ 일 때

$$\frac{4-6-1}{1} - \frac{4-2-3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A+B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A+B}{6}$$

$$\therefore 2A+B = -10 \cdots \textcircled{1}$$

$x=-2$ 일 때

$$\frac{4+6-1}{-3} - \frac{4+2-3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A+B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3 + 3 - 1 = \frac{-2A+B}{-6}$$

$$\therefore -2A+B = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $A=-4$ ,  $B=-2$

$$\therefore A-B = (-4) - (-2) = -2$$

3.  $f(x)$ 가  $x$ 의 다항식일 때,  $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 될 때,  $2a - b$ 의 값을 구하면?

①  $-6$       ②  $-5$       ③  $-4$       ④  $-3$       ⑤  $-2$

해설

준 식의 양변에

$$x^2 = 2 \text{를 대입하면 } 4a + b = -16$$

$$x^4 = -1 \text{을 대입하면 } -a + b = -1$$

$$\therefore a = -3, b = -4$$

$$\therefore 2a - b = -2$$

4.  $x$ 에 대한 두 다항식  $A = x^3 + ax^2 + bx$ 와  $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수가 일차식이다. 그 최대공약수를 구하면? (단,  $a, b$ 는 상수이고  $ab \neq 0$ )

①  $x - 1$       ②  $x - 2$       ③  $x + 1$       ④  $x + 2$       ⑤  $x + 3$

해설

$$A(x) = x(x^2 + ax + b), B(x) = x^2 + bx + a$$

인수를  $(x - p)$ 로 놓으면

$$A(p) = 0 \text{에서 } p^3 + ap^2 + bp = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$B(p) = 0 \text{에서 } p^2 + bp + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times p \text{에서 } (a - b)p^2 + (b - a)p = 0$$

$$\therefore (a - b)p(p - 1) = 0$$

그런데  $a \neq 0$ 이므로  $p \neq 0$

$$\therefore p = 1$$

따라서 최대공약수는  $x - 1$

5. 세 다항식  $f(x) = x^2 + x - 2$ ,  $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$ ,  $h(x) = x^2 + mx + 8$ 의 최대공약수가  $x$ 의 일차식일 때,  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = 6$

해설

$f(x) = (x + 2)(x - 1)$   
 $g(x) = (x + 2)(2x - 1)$  이므로  
 $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최대공약수는  $x + 2$   
이것이  $h(x)$ 의 약수이어야 하므로  
 $h(-2) = 4 - 2m + 8 = 0$   
 $\therefore m = 6$

6. 일차식  $f(x)$ 와 이차식  $g(x)$ 의 최대공약수는  $x+1$ 이고, 두 식의 곱은  $f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 일 때,  $ab$ 의 값은?

- ① 0                      ② 5                      ③ 10                      ④ 15                      ⑤ 20

해설

최대공약수가  $x+1$ 이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= x+1, g(x) = (x+1)(x+c) \\ f(x)g(x) &= (x+1)(x+1)(x+c) \\ &= x^3 + (c+2)x^2 + (2c+1)x + c \\ &= x^3 - x^2 + ax + b \end{aligned}$$

계수를 비교하면  $c+2 = -1, 2c+1 = a, b = c$   
 $\therefore c = -3, a = -5, b = -3$   
 $\therefore ab = 15$

해설

$f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 는  $x+1$ 로 두 번 나누어 떨어진다.  
조립제법으로 나누어 보면

$$-a + b - 2 = 0, a + 5 = 0$$

$\therefore a = -5, b = -3$ 이므로  $ab = 15$

7.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$  의 값을 구하면?

- ① 0      ②  $i$       ③ 1      ④  $1+i$       ⑤  $1-i$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} &= i, \frac{1-i}{1+i} = -i \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005} \\ &= i^{2005} + (-i)^{2005} \\ &= (i^4)^{501} \cdot i + ((-i)^4)^{501} \cdot (-i) \\ &= i + (-i) = 0 \end{aligned}$$

8.  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{8n}$  의 값은? (단,  $n$  은 자연수)

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^{4n} + \left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^{4n} \\&= \left(\frac{1+2i+i^2}{2}\right)^{4n} + \left(\frac{1-2i+i^2}{2}\right)^{4n} \\&= i^{4n} + (-i)^{4n} = 2 \cdot i^{4n} \\&= 2 \cdot (i^4)^n = 2 \cdot 1^n = 2\end{aligned}$$

9.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006}$  의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이다.)

- ①  $-1$       ②  $1$       ③  $-i$       ④  $i$       ⑤  $2002$

해설

$\frac{1+i}{1-i}$  을 유리화 하면  $\frac{1+i}{1-i} = i$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006} = i^{2006} = (i^4)^{501}i^2 = -1$$

10.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $\bar{\beta}$  는  $\beta$  의 켈레복소수이고  $i = \sqrt{-1}$  )

보기

- ㉠  $\alpha = \bar{\beta}$  이면  $\alpha + \beta, \alpha\beta$  는 모두 실수이다.
- ㉡  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.
- ㉢  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0, \beta = 0$  이다.

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉡, ㉢  
④ ㉠, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- $\alpha = a + bi \Rightarrow \bar{\beta} = a + bi$   
㉠  $\alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$  는 실수 (T),  $\alpha\beta = a^2 + b^2 =$  실수  
㉡  $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = 0, b = 0$   
 $\therefore \alpha = 0$  (T)  
㉢ 반례:  $\alpha = 1, \beta = i$  일 때,  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

11. 다음 보기 중 옳은 것의 개수는? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ㉠ 16의 제곱근은 4이다.

㉡ 실수를 제곱하면 양수 또는 0이다.

㉢ 복소수  $z = a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)에 대하여  $z + \bar{z}$ 는 실수이다. (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켄레복소수)

㉣ 복소수  $z = a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)에 대하여  $z\bar{z}$ 는 실수이다. (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켄레복소수이다.)

㉤ 복소수  $z = a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)에 대하여  $z = \bar{z}$ 이면  $z$ 는 실수이다. (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켄레복소수이다.)

① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

㉠ 제곱해서 16 이 되는 수 4, -4 ∴ 거짓

㉡ 실수는 제곱하면 0보다 크거나 같다. ∴ 참

㉢  $z = a + bi, \bar{z} = a - bi, z + \bar{z} = 2a$  ∴ 참

㉣  $z\bar{z} = a^2 + b^2$  ∴ 참

㉤  $z = \bar{z}, a + bi = a - bi, 2bi = 0, b = 0$  ∴  $z = a = \bar{z}$  ∴ 참

12. 복소수  $z$  와 그의 켤레복소수  $\bar{z}$  에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $z + \bar{z}$  는 실수이다.                      ②  $z = \bar{z}$  이면  $z$  는 실수이다.  
③  $z\bar{z} = 1$  이면  $z^2 = 1$  이다.            ④  $z\bar{z} = 0$  이면  $z = 0$  이다.  
⑤  $z\bar{z}$  는 실수이다.

해설

복소수  $z$  와 그의 켤레복소수를 각각

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$  ( $a, b$  는 실수) 라 하면

①  $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$  (참)

②  $z = \bar{z} \Leftrightarrow a + bi = a - bi$   
 $\Leftrightarrow 2bi = 0$   
 $\Leftrightarrow b = 0$  (참)

③  $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \neq 1$  (거짓)  
(반례)  $a = 0, b = 1$  일 때,  $z^2 = -1$

④  $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0, b = 0$  (참)

⑤  $z\bar{z} = a^2 + b^2$  (참)

13.  $x$ 에 대한 방정식  $ix^2 + (1+i)x + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단,  $x \neq i$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

양변에  $-i$ 를 곱하면

$$(-i) \cdot ix^2 - i(1+i)x - i = 0$$

$$x^2 + (1-i)x - i = 0$$

$$(x-i)(x+1) = 0$$

$$x \neq i \text{이므로 } x = -1$$

14. 다음 방정식을 풀면?

$$(2 - \sqrt{3})x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$$

①  $x = -1$  또는  $-\sqrt{3}$

②  $x = -1$  또는  $-2 + \sqrt{3}$

③  $x = -1$  또는  $2 + \sqrt{3}$

④  $x = 1$  또는  $2 - \sqrt{3}$

⑤  $x = 1$  또는  $2 + \sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에  $2 + \sqrt{3}$  을 곱하면

$$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$x^2 - (1 + \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$(x + 1) \{x - (2 + \sqrt{3})\} = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 + \sqrt{3}$$

15. 다음 방정식을 풀면?

$$(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)x+2=0$$

①  $x=-1$  또는  $x=-\sqrt{3}$

②  $x=-1$  또는  $x=-\sqrt{3}-1$

③  $x=-1$  또는  $x=\sqrt{3}+1$

④  $x=1$  또는  $x=-\sqrt{3}+1$

⑤  $x=1$  또는  $x=\sqrt{3}+1$

해설

$x^2$ 의 계수를 유리수로 만들기 위해 양변에  $\sqrt{3}+1$ 을 곱하면

$$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)^2x+2(\sqrt{3}+1)=0$$

$$2x^2-2(2+\sqrt{3})x+2(\sqrt{3}+1)=0$$

$$x^2-(2+\sqrt{3})x+(\sqrt{3}+1)=0$$

$$(x-1)\{x-(\sqrt{3}+1)\}=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=\sqrt{3}+1$$

16. 이차방정식  $3x^2 - 2x - 2a - 1 = 0$ 이 실근을 가질 실수  $a$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a \geq -\frac{2}{3}$

해설

$3x^2 - 2x - (2a + 1) = 0$ 에서

$x$ 의 일차항의 계수가  $2b'$ 의 꼴이므로

$$\frac{D}{4} = 1 + 3(2a + 1) \geq 0$$

정리하면

$$6a \geq -4$$

$$\therefore a \geq -\frac{2}{3}$$

17.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 = k(x - 2) + a$ 가 실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 실근을 갖기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $a \geq -2$

②  $a \geq 4$

③  $a \leq 4$

④  $a \geq -4$

⑤  $a \geq 2$

해설

주어진 이차방정식을 정리하면

$$x^2 - kx + (2k - a) = 0$$

실근을 가지려면 판별식  $D \geq 0$ 이어야 한다.

$$k^2 - 4(2k - a) \geq 0$$

$$k^2 - 8k + 4a \geq 0$$

위 부등식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(k - 4)^2 + 4a - 16 \geq 0$$

실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

판별식  $\frac{D}{4} \leq 0$ 이거나,

$$4a - 16 \geq 0 (\because (k - 4)^2 \geq 0) \text{ 이어야 한다.}$$

따라서  $a \geq 4$

18.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  
 $x^2 - 2\sqrt{b}x + (2a + 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$   
 $x^2 - 2ax - b = 0 \cdots \textcircled{B}$ 가 있다.  $\textcircled{A}$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때,  $\textcircled{B}$ 의 근을 판별하면? (단,  $a, b$ 는 실수이고,  $b \geq 0$ )

- ☒ 서로 다른 두 실근을 가진다.
- ☐ 중근을 가진다.
- ☐ 서로 다른 두 허근을 가진다.
- ☐ 판별할 수 없다.
- ☐ 한 개의 실근과 한 개의 허근을 가진다.

해설

$\textcircled{A}$ 의 판별식을  $D$ 라 하면  
 $\frac{D}{4} = b - (2a + 1) > 0 \therefore b > 2a + 1$

$\textcircled{B}$ 의 판별식을  $D'$ 이라 하면  
 $\frac{D'}{4} = a^2 + b > a^2 + 2a + 1$   
 $= (a + 1)^2 \geq 0$

$\therefore \frac{D'}{4} > 0$

따라서,  $\textcircled{B}$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

19.  $\alpha, \beta$ 를 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ (단,  $ac \neq 0$ )의 두 근이라 할 때,  
다음 중  $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2, \left(\frac{1}{\beta}\right)^2$ 을 두 근으로 가지는 이차방정식은?

①  $a^2x^2 + (b^2 - 4ac)x + c^2 = 0$

②  $a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x - c^2 = 0$

③  $c^2x^2 + (b^2 - 4ac)x + a^2 = 0$

④  $c^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$

⑤  $c^2x^2 + (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} \\ &= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}\end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = \frac{1}{(\alpha\beta)^2} = \frac{1}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{a^2}{c^2}$$

따라서, 구하는 이차방정식은

$$x^2 - \frac{(b^2 - 2ac)}{c^2}x + \frac{a^2}{c^2} = 0$$

$$\text{즉, } c^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$$

20. 이차방정식  $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때, 이차식  $f(x)$ 에 대하여  $f(\alpha) = 3, f(\beta) = 3, f(1) = -2$ 를 만족한다. 이차방정식  $f(x) = 0$ 를 구하면?

- ①  $x^2 - 2x - 4 = 0$
- ②  $x^2 - 4x - 1 = 0$
- ③  $x^2 - x - 4 = 0$
- ④  $x^2 - x + 4 = 0$

⑤  $x^2 - 2x - 1 = 0$

해설

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이고  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면  
 $ax^2 + bx + c = 3$ 에서  $ax^2 + bx + c - 3 = 0$   
 $\therefore -\frac{b}{a} = \alpha + \beta = 2$   
또,  $\frac{c-3}{a} = \alpha\beta = -4$   
 $f(1) = a + b + c = -2$ 이므로  
 $a = -b - c - 2, b = -2a$ 에서  
 $b = -2(-b - c - 2) = 2b + 2c + 4$   
 $\therefore b + 2c + 4 = 0$   
 $c - 3 = -4a$ 에서  
 $c = -4(-b - c - 2) + 3 = 4b + 4c + 11$   
연립하여 풀면  $c = -1, b = -2, a = 1$   
 $\therefore f(x) = x^2 - 2x - 1$

21. 이차방정식  $f(2x+1)=2$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  $\alpha+\beta=4$ 가 성립한다. 이 때,  $3f(x)-2=4$ 의 두 근의 합은?

① 7                      ② 8                      ③ 9                      ④ 10                      ⑤ 11

해설

$f(x)=ax^2+bx+c$ 라 하면  
 $f(2x+1)=a(2x+1)^2+b(2x+1)+c=2$   
 $\therefore a(4x^2+4x+1)+b(2x+1)+c-2=0$   
 $4ax^2+4ax+a+2bx+b+c-2=0$   
 $4ax^2+(4a+2b)x+a+b+c-2=0$   
따라서 두 근의 합  $\alpha+\beta=\frac{-(4a+2b)}{4a}=4$   
 $\therefore 4a+2b=-16a, \quad 2b=-20a$ 이므로  
 $b=-10a$   
 $3f(x)-2=4$ 이므로  $3f(x)=6$   
 $\therefore f(x)=2 \quad \therefore ax^2+bx+c-2=0$ 에서  
두 근의 합  $\alpha'+\beta'=-\frac{b}{a}=-\frac{-10a}{a}=10$