

1. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3 ② 5 ③ 15 ④ 40 ⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

2. 순환소수 $1.5\bar{1}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 9 ② 18 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.5\bar{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로}$$

자연수가 되기 위해서는 45의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

3. 다음 안에 >, <, = 중 알맞은 기호를 써 넣어라.

$$\frac{7}{2} \quad \square \quad 3.4\dot{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : =

해설

$$3.4\dot{9} = \frac{349 - 34}{90} = \frac{315}{90} = \frac{7}{2} \text{ 이므로}$$

안에는 = 가 들어가야 한다.

4. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$ ② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}0$ ③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

5. $0.\dot{3}\dot{4} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.2\dot{9}\dot{1} = b \times 0.0\dot{0}\dot{1}$, $0.63\dot{1} = c \times 0.00\dot{1}$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 313

해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{3}\dot{4} &= a \times 0.\dot{0}\dot{1} & \frac{34}{99} &= a \times \frac{1}{99} \\ 0.2\dot{9}\dot{1} &= b \times 0.0\dot{0}\dot{1} & \frac{289}{990} &= b \times \frac{1}{990} \\ 0.63\dot{1} &= c \times 0.00\dot{1} & \frac{568}{900} &= c \times \frac{1}{900} \\ a &= 34, \quad b = 289, \quad c = 568 \\ a - b + c &= 313 \end{aligned}$$

6. $x = 0.2\dot{7}$, $y = 0.\dot{3}8$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\frac{11}{76}$

② $\frac{11}{38}$

③ $\frac{33}{76}$

④ $\frac{11}{19}$

⑤ $\frac{55}{76}$

해설

$$x = 0.2\dot{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{5}{18}$$

$$y = 0.\dot{3}8 = \frac{38}{99}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{38}{99}} = \frac{495}{684} = \frac{55}{76}$$

7. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A

를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $y - x$

해설

$$\begin{aligned} x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\ &= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} \end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

8. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\&= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\&= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\&= 2^{10} \times 5^{2x}\end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x}$$

따라서 $4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

9. 다음 식을 각각 A , B 라 할 때, $A \div B$ 의 값을 구하여라.

$$(2x^2y^3)^3 \div \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 \times 2x^2y^4 = A, (2x^2y)^4 \div 2x^2y \times 2x = B$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9y^8}{x}$

해설

$$\begin{aligned} A &= (2x^2y^3)^3 \div \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 \times 2x^2y^4 \\ &= 8x^6y^9 \times \frac{9}{x^2y^2} \times 2x^2y^4 = 144x^6y^{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (2x^2y)^4 \div 2x^2y \times 2x \\ &= 16x^8y^4 \times \frac{1}{2x^2y} \times 2x = 16x^7y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \div B &= 144x^6y^{11} \div 16x^7y^3 \\ &= 144x^6y^{11} \times \frac{1}{16x^7y^3} = \frac{9y^8}{x} \end{aligned}$$

10. $(2x^2y)^3 \times (-x^2y^3) \div \{(-x)^3y\}^2$ 을 간단히 하면?

① $-8x^2y^4$

② $2x^2y^3$

③ $8x^2y^4$

④ $-2x^2y^3$

⑤ $4x^4y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2^3x^6y^3 \times (-x^2y^3) \div x^6y^2 \\ & = -8x^8y^6 \div x^6y^2 = -8x^2y^4 \end{aligned}$$

11. 다음 □ 안에 알맞은 식을 써넣어라.

$$\square \times 3a^3b^2 \div (-ab^2)^3 = \frac{6a^3}{b^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2a^3b^2$

해설

$$\square = \frac{6a^3}{b^2} \times \frac{1}{3a^3b^2} \times (-a^3b^6) = -2a^3b^2$$

12. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$

② $2xy^2$

③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$

⑤ $-2xy$

해설

$$-2xy \times \square = -4x^3y^2$$

$$\square = 2x^2y$$

13. 등식 $(-3x^3y)^A \div 9x^By \times 3x^4y^2 = Cx^5y^3$ 에서 $A+B+C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & (-3)^A \times x^{3A} \times y^A \div 9x^By \times 3x^4y^2 \\ &= 3 \times \frac{(-3)^A}{9} \times x^{3A-B+4} \times y^{A-1+2} \end{aligned}$$

$$= Cx^5y^3$$

$$A-1+2=3 \quad \therefore A=2$$

$$3A-B+4=5, \quad 6-B+4=5 \quad \therefore B=5$$

$$C=3 \times \frac{(-3)^2}{9} = 3$$

$$\therefore A+B+C=10$$

14. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

15. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면
 $3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$
 $= 9t + 3t + t = 1053$
 $13t = 1053, t = 81$
 $3^x = 81 = 3^4$
 $\therefore x = 4$

16. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19$ 이므로 $a = 19, b = 6$
 $\therefore a + b = 19 + 6 = 25$

17. 가로 길이가 $4a$ 이고 세로 길이가 $2b$ 인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

▷ 정답 : $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$$

$$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$$

세로로 चुओरु हिजेसुकि हिजेचेरुतुे तुफुतुे :

$$\pi \times (4a)^2 \times 3b = 32\pi a^2 b$$

$$\frac{(\text{가로 축 회전체})}{(\text{세로 축 회전체})} = \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2b} = \frac{b}{2a}$$

18. $2^{10} \approx 10^3$ 일 때, 0.4^{10} 을 소수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0001

해설

$$\begin{aligned} 0.4^{10} &= \frac{2^{10}}{5^{10}} \approx \frac{10^3}{5^{10}} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{5^{10}} = \frac{2^3}{5^7} \\ &= \frac{2^3 \cdot 2^7}{5^7 \cdot 2^7} = \frac{2^{10}}{10^7} \approx \frac{10^3}{10^7} = \frac{1}{10^4} \end{aligned}$$