

1. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

2. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

3. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

4. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면 $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

5. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

6. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3, x-4$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 2이고, 다항식 $f(x+1)$ 을 x^2-5x+6 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(3) = 3, f(4) = 2$
 $R(x) = ax + b$ 라 하면
 $f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$
 $x = 2$ 대입,
 $f(3) = 2a + b = 3$
 $x = 3$ 대입,
 $f(4) = 3a + b = 2$
 $a = -1, b = 5$
 $R(x) = -x + 5,$
 $R(1) = -1 + 5 = 4$

8. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ = (x + 2)(x - 1)Q(x)$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

9. $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

- ① -5
- ② 0
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

$\pm$ 상수항의 약수 중에서 $x = -1, 2$ 을 대입하면 식의 값이 0이므로
주어진 식은 $x+1, x-2$ 을 인수로 갖는다.
조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$x^4 - 15x^2 + 10x + 24$
 $= (x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$
 $\therefore a+b+c+d = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$

10. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$

$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$

a, b, c 는 실수이므로

$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$

$\therefore a = b = c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

11. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

12. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$, $2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 3 = x^2(x + 2) - (x + 2)$
 $= (x + 2)(x - 1)(x - 2)$
 $2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x = x(2x^2 + (a - 2)x - 2) \cdots \textcircled{1}$
두 식의 최대 공약수가 이차식이므로
 $x = -2, -1, 1$ 을 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면
식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.
 $x = -2$ 일 때, $8 - 2a + 4 - 2 = 0$, $a = 5$
 $x = -1$ 일 때, $2 - a + 2 - 2 = 0$, $a = 2$
 $x = 1$ 일 때, $2 + a - 2 - 2 = 0$, $a = 2$
 $x = -1, 1$ 일때, 일치함
최대 공약수는 $(x + 1)(x - 1)$
 $\therefore a = 2$

13. 복소수 $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의 x 값과 순허수일 때의 x 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는 $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x + 1)(x + 3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

14. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2 \quad y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

15. 다음 중 그 값이 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{114}$ 의 값과 같은 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

- ① $i+i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}$
- ② $i+i^4+i^7+i^{10}+i^{13}+i^{16}$
- ③ $i^2+i^5+i^8+i^{11}+i^{14}+i^{17}$
- ④ $i^3+i^6+i^9+i^{12}+i^{15}+i^{18}$
- ⑤ $\frac{1}{i}+\frac{1^2}{i}+\frac{1^3}{i}+\frac{1^4}{i}+\frac{1^5}{i}+\frac{1^6}{i}$

해설

i^n 의 주기성을 묻는 문제이다.
 $i=i, i^2=-1, i^3=i^2i=-i, i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$
이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.
(준식) $= (i+i^2+i^3+i^4) + (i^5+i^6+i^7+i^8) + \cdots + (i^{109}+i^{110}+i^{111}+i^{112}) + i^{113}+i^{114}$
 $= (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + \cdots + (i-1-i+1) + i-1$
 $= i-1$
① (준식) $= (i-i+i-i) + i-i = 0$
② (준식) $= (i+1-i-1) + i+1 = i+1$
③ (준식) $= (-1+i+1-i) - 1+i = -1+i$
④ (준식) $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$
⑤ (준식) $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$

16. a, b 가 실수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- I n 이 양의 홀수일 때, $\sqrt[n]{-3^n}$ 은 실수이다.
- II $-1 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = 3$
- III $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이다.
- IV $0 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

- ① I, II
- ② I, III
- ③ II, III
- ④ I, IV
- ⑤ II, III, IV

해설

I. $\sqrt[n]{-3^n} = -\sqrt[n]{3^n} = -3 \in R$ (참)

II. $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = |a+1| - |a-2|$
 $= a+1 - (2-a)$
 $= 2a-1 \neq 3$

III. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $b < 0, a \geq 0$ 이다.
 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-(-b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{(-b)}i$
 $= \sqrt{a(-b)}i = \sqrt{-a(-b)} = \sqrt{ab}$
 $\therefore \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (참)

IV. $0 < a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이다.
 $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{b} - \sqrt{a}$

17. 다음 등식을 만족하는 실수 x 의 값을 a , y 의 값을 b 라 할 때, $a+2b$ 의 값을 구하여라.

(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

$$\overline{(x+yi)}=\frac{5(1-i)}{2+i}=1-3i$$

$$x+yi=1+3i$$

$$a=1, \quad b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

18. $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{1}{3\omega^2 + 4\omega + 2} = a + b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$2\omega + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하면,

$$4\omega^2 + 4\omega + 4 = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$3\omega^2 + 4\omega + 2 = 3(\omega^2 + \omega + 1) + \omega - 1$$

$$= \omega - 1$$

$$\frac{1}{\omega - 1} = a + b\omega \text{ 에서}$$

$$(a + b\omega)(\omega - 1) = 1$$

$$(a - 2b)\omega - (a + b) = 1 \leftarrow \omega^2 = -\omega - 1$$

$$\therefore a - 2b = 0, a + b = -1 \text{ 에서}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = -1$$

19. $a < 0, b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b^2}{a}}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{bi}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2}$
 $= (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b}$
 $= \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

20. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(1-i)x^2 + (1+i)x - 2 = 0$$

- ① $x = -1$ 또는 $x = -i$ ② $x = -1$ 또는 $x = -1-i$
③ $x = -1$ 또는 $x = -1+i$ ④ $x = 1$ 또는 $x = -1-i$
⑤ $x = 1$ 또는 $x = -1+i$

해설

x^2 의 계수를 실수로 만들기 위해 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)^2x - 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 + 2ix - 2(1+i) = 0$$

$$(x-1)\{x+(1+i)\} = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1-i$$

21. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0 \\ \therefore x &= 2, y = 4 \\ \therefore x + y &= 6 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= 0 \text{이 실근을 가지므로} \\ D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) &\geq 0 \\ y^2 - 8y + 16 &\leq 0 \\ (y - 4)^2 \leq 0, y &= 4 \\ \text{준식에 대입하면 } x &= 2 \\ \text{따라서 } x + y &= 6 \end{aligned}$$

22. x 에 대한 이차식 $x^2 - 2(k+a)x + (k+1)^2 + a^2 - b - 3$ 이 k 에 관계없이 완전제곱식이 되는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

완전제곱식이면 판별식이 0이다.

$$\Rightarrow D' = (k+a)^2 - (k+1)^2 - a^2 + b + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2(a-1)k + b + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, \quad b = -2,$$

$$\therefore a + b = -1$$

23. 유리수 a, b 에 대하여 곡선 $y = x^2 - a$ 와 $y = bx$ 가 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 의 x 좌표가 $\sqrt{5} + 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

두 곡선 $y = x^2 - a$ 와 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표는 $x^2 - bx - a = 0$ 의 두 근이다.

$\sqrt{5} + 1$ 이 근이므로, $-\sqrt{5} + 1$ 도 근이다.

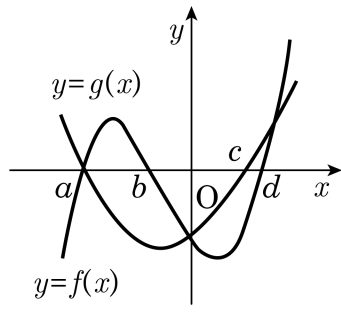
근과 계수의 관계에 의해

$$b = \sqrt{5} + 1 - (-\sqrt{5} + 1) = 2$$

$$-a = (\sqrt{5} + 1)(-\sqrt{5} + 1) = -4$$

$$\therefore a = 4 \quad \therefore a + b = 6$$

24. 두 개의 방정식 $f(x) = 0$, $g(x) = 0$ 을 좌표평면에 나타내었더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 다음 중 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 를 만족하는 것을 고르면?



- ① a ② a, b ③ a, c
 ④ a, b, d ⑤ a, b, c, d

해설

$f(x) = 0$, $g(x) = 0$ 를 모두 만족하는 것은 a 이다.
 ($\because$ 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면
 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.)

25. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k + 1$ 의 최댓값이 15 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + k + 1 \\ &= -(x-3)^2 + 9 + k + 1 \\ &= -(x-3)^2 + k + 10 \end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때, 최댓값 $k + 10$ 을 가지므로

$$k + 10 = 15$$

$$\therefore k = 5$$

26. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면
 $p^2 + ap + 5 = 0$, $p^2 + 5p + a = 0$
두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$
 $(a - 5)(p - 1) = 0$
 $\therefore a = 5$ 또는 $p = 1$
 $p = 1$ 이면, $1 + a + 5 = 0$, $a = -6$
 $\therefore a$ 의 합: $-6 + 5 = -1$

27. x 에 대한 항등식 $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ 에서 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 : $a_0 = 1$
ii) 항등식에 $x = 1, x = -1$ 을 대입하여 식을 만든다.
 $x = 1$ 을 대입하면 $2^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$
 $x = -1$ 을 대입하면 $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$: $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 0$
 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 2(\because a_0 = 1)$

28. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} a + b + c = 0 \text{ 이면 } a^3 + b^3 + c^3 &= 3abc \text{ 이다.} \\ (\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(a+c)}{ac} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(-a) + b^2(-b) + c^2(-c)}{abc} \\ &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\ &= \frac{-3abc}{abc} = -3 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} &a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\ &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) \\ &= \frac{a+c}{b} + \frac{b+a}{c} + \frac{b+c}{a} \\ &= \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} \quad (\because a+b+c=0) \\ &= -3 \end{aligned}$$

29. $x^2 - xy - 6y^2 + x + 7y + k$ 가 x, y 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되도록 상수 k 의 값을 정하면?

- ① -2 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

x 에 관해 식을 정리하면
 $f(x) = x^2 + (1 - y)x + (-6y^2 + 7y + k)$
 $f(x)$ 가 두개의 일차식으로 인수분해 되려면
 $D = (1 - y)^2 - 4(-6y^2 + 7y + k)$ 가 완전제곱식이어야 한다.
 $D = 25y^2 - 30y + (1 - 4k)$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-15)^2 - 25(1 - 4k) = 0$
 $\therefore k = -2$

30. 이차방정식 $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근을 $\frac{1}{(1+i)^2}$ 이라 할 때,
 $f(2x+3) = 0$ 의 두 근의 합은? (단, a, b, c 는 실수)

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1+2i-1} = \frac{1}{2i} = -\frac{1}{2}i$$

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 $-\frac{1}{2}i$ 이면

a, b, c 가 실수이므로 다른 한 근은 $\frac{1}{2}i$

$\therefore f(x) = 0$ 의 두 근의 합은 0

$f(2x+3) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.

$$(2\alpha+3) + (2\beta+3) = 0$$

$$2(\alpha+\beta) = -6$$

$$\therefore \alpha+\beta = -3$$

31. 실수 x, y 가 방정식 $x^2 + 2xy + 2y^2 + y - 6 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2yx + 2y^2 + y - 6 = 0$ 이 실근을 가지므로 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = y^2 - (2y^2 + y - 6) \geq 0$$

$$y^2 + y - 6 \leq 0, \quad (y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$\therefore -3 \leq y \leq 2$ 따라서, y 의 최댓값은 2 이다.

32. 사차방정식 $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1 = 0$ 의 해는?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$
② $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
③ $x = \frac{-15 \pm \sqrt{221}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
④ $x = \frac{15 \pm \sqrt{221}}{2}$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
⑤ $x = 15 \pm \sqrt{221}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

해설

$x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 8x + 17 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + 17 = 0$$

$\therefore x + \frac{1}{x} = A$ 라 하자.

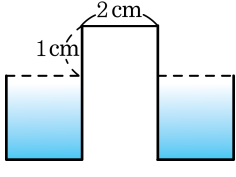
$$A^2 + 8A + 15 = (A + 3)(A + 5)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x} + 3\right)\left(x + \frac{1}{x} + 5\right) = 0$$

$$(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 5x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

33. 폭이 100 cm 인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 직사각형 단면이 다음 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면 중 한 개 단면의 최대 넓이는 몇 cm^2 인가? (단, 아래 그림의 실선은 양철판을 나타낸다.)



- ① 125 cm^2 ② 288 cm^2 ③ 350 cm^2
 ④ 420 cm^2 ⑤ 120 cm^2

해설

직사각형 단면의 세로의 길이를 a , 가로 길이를 b 라 하면
 총길이는 $a + b + a + 1 + 2 + a + 1 + b + a = 100$ 에서
 $4a + 2b = 96$
 $\therefore 2a + b = 48$ 이므로 $b = 48 - 2a$
 한 개 단면의 넓이는 ab 이므로
 $a(48 - 2a) = -2a^2 + 48a$
 $= -2(a^2 - 24a)$
 $= -2(a^2 + 24a + 144 - 144)$
 $= -2(a - 12)^2 + 288$
 따라서 $a = 12$ 일 때 최대 넓이 288 cm^2