1. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2,\ B = 3x^2 - 2x + 1,\ C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여
$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$ ② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$ ④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$
$$= -2A + 5B - 4C$$
$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$
$$= -3x^2 - 24x + 21$$

2. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 \ =8+(-12)=-4$

3. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에 대입하면

$ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$

$(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

$\frac{1}{4}=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

따라서 $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\frac{1}{4}$

4. $f(x)$가 x의 다항식일 때 $(x^2-2)(x^4+1)f(x)=x^8+ax^4+b$가 x에 대한 항등식이 될 때 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(x^2-2)(x^4+1)f(x)=x^8+ax^4+b$에서

$x^2=2$를 대입하면 $0=16+4a+b\cdots$①

$x^4=-1$을 대입하면 $0=1-a+b\cdots$②

①, ②를 연립하여 풀면 $a=-3,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-7$

5. $\dfrac{2x+3a}{4x+2}$가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a의 값을 구하면? $\left(단,\ x \neq -\dfrac{1}{2}\right)$

① 1　② $\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{1}{3}$　④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ $\dfrac{1}{5}$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+2} = k$ (일정)라 놓으면

$2x+3a = k(4x+2)$ 에서 $(2-4k)x + (3a-2k) = 0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로

$2-4k=0$, $3a-2k=0$

$\therefore\ k = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $a = \dfrac{1}{3}$

6. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x - 1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x + 1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0,\ m + n = -3$

$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2,\ m - n = 1$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1,\ n = -2$

$\therefore\ mn = 2$

7. 다항식 $f(x)$를 $x-3, x-4$로 나눈 나머지가 각각 $3, 2$이고, 다항식 $f(x+1)$을 x^2-5x+6으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(3)=3,\ f(4)=2$

$R(x)=ax+b$라 하면

$f(x+1)=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$

$x=2$대입,

$f(3)=2a+b=3$

$x=3$대입,

$f(4)=3a+b=2$

$a=-1,\ b=5$

$R(x)=-x+5,$

$R(1)=-1+5=4$

8. x에 대한 다항식 x^3+2x^2-ax+b가 x^2+x-2로 나누어 떨어질 때, a^2+b^2의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(x)=x^3+2x^2-ax+b=(x^2+x-2)Q(x)$

$=(x+2)(x-1)Q(x)$

인수정리에 의해 $x=-2, x=1$을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$\therefore f(-2)=-8+8+2a+b=0$

$f(1)=1+2-a+b=0$ 연립하면, $a=1, b=-2$

$\therefore\ a^2+b^2=5$

9. $x^4-15x^2+10x+24=(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -5 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

± 상수항의 약수 중에서 $x=-1, 2$을 대입하면 식의 값이 0 이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$x^4-15x^2+10x+24$

$=(x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$

$\therefore\ a+b+c+d=1+(-2)+(-3)+4=0$

10. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형

③ 정삼각형　④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

a, b, c는 실수이므로

$a-b=0$, $b-c=0$, $c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

11. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4+1)(x^2-1)}{(x^4+1)(x+1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

12. 두 다항식 x^3+2x^2-x-2, $2x^3+(a-2)x^2-2x$의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$x^3+2x^2-x-3=x^2(x+2)-(x+2)$

$=(x+2)(x-1)(x-2)$

$2x^3+(a-2)x^2-2x=x(2x^2+(a-2)x-2)\cdots①$

두 식의 최대 공약수가 이차식이므로

$x=-2,-1,1$ 을 ①식에 대입하면

식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.

$x=-2$일 때, $8-2a+4-2=0,\ a=5$

$x=-1$일 때, $2-a+2-2=0,\ a=2$

$x=1$일 때, $2+a-2-2=0,\ a=2$

$x=-1,\ 1$ 일때, 일치함

최대 공약수는 $(x+1)(x-1)$

$\therefore\ a=2$

13. 복소수 $(1+i)x^2-(1-4i)x-(2-3i)$가 실수일 때의 x값과 순허수일 때의 x값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$(x^2-x-2)+(x^2+4x+3)i$

실수가 되기위해서는 $x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0 \therefore\ x=-3,\ -1$

순허수가 되기 위해서는

$x^2-x-2=0$이고 $x^2+4x+3\neq 0$

$x=-1,\ 2$이고 $x\neq -3,\ -1 \therefore\ x=2$

$(-3)\times(-1)\times 2=6$

14. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$을 만족하는 실수 x, y에 대하여 xy의 최댓값은?

① -4　　② -2　　③ -1　　④ 2　　⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$\therefore\ x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$

$x = 1$ 또는 $2y = \pm 2$

$\therefore\ (xy$의 최댓값$) = 4$

15. 다음 중 그 값이 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{114}$ 의 값과 같은 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $i+i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}$

② $i+i^4+i^7+i^{10}+i^{13}+i^{16}$

③ $i^2+i^5+i^8+i^{11}+i^{14}+i^{17}$

④ $i^3+i^6+i^9+i^{12}+i^{15}+i^{18}$

⑤ $\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^2+\frac{1}{i}^3+\frac{1}{i}^4+\frac{1}{i}^5+\frac{1}{i}^6$

해설

i^n 의 주기성을 묻는 문제이다.

$i=i,\ i^2=-1,\ i^3=i^2 i=-i,\ i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$

이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (i+i^2+i^3+i^4)+(i^5+i^6+i^7+i^8) \\ &\quad +\cdots+(i^{109}+i^{110}+i^{111}+i^{112})+i^{113}+i^{114} \\ &= (i-1-i+1)+(i-1-i+1) \\ &\quad +\cdots+(i-1-i+1)+i-1 \\ &= i-1\end{aligned}$$

① (준식) $=(i-i+i-i)+i-i=0$

② (준식) $=(i+1-i-1)+i+1=i+1$

③ (준식) $=(-1+i+1-i)-1+i=-1+i$

④ (준식) $=(-i-1+i+1)-i-1=-i-1$

⑤ (준식) $=(-i-1+i+1)-i-1=-i-1$

16. a, b 가 실수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

Ⅰ n이 양의 홀수일 때, $\sqrt[n]{-3^n}$은 실수이다.
Ⅱ $-1 < a < 1$일 때, $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = 3$
Ⅲ $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$이다.
Ⅳ $0 < a < b$일 때, $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

① Ⅰ, Ⅱ ② Ⅰ, Ⅲ ③ Ⅱ, Ⅲ

④ Ⅰ, Ⅳ ⑤ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt[n]{-3^n} = -\sqrt[n]{3^n} = -3 \in R$ (참)

Ⅱ. $$\begin{aligned}\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} &= |a+1| - |a-2| \\ &= a+1-(2-a) \\ &= 2a-1 \neq 3\end{aligned}$$

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 이면 $b < 0$, $a \geq 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} &= \sqrt{a}\cdot\sqrt{-(-b)} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{(-b)}i \\ &= \sqrt{a(-b)}i = \sqrt{-a(-b)} = \sqrt{ab}\end{aligned}$$

$\therefore\ \sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (참)

Ⅳ. $0 < a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이다.

$\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{b} - \sqrt{a}$

17. 다음 등식을 만족하는 실수 x의 값을 a, y의 값을 b라 할 때, $a+2b$의 값을 구하여라.
(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi}) = 5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(2+i)(\overline{x+yi}) = 5(1-i)$

$(\overline{x+yi}) = \dfrac{5(1-i)}{2+i} = 1-3i$

$x+yi = 1+3i$

$a = 1,\ \ b = 3$

$\therefore\ \ a+2b = 7$

18. $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a + b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\dfrac{4}{3}$

해설

$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega + 1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2 + 4\omega + 4 = 0$

$\therefore\ \omega^2 + \omega + 1 = 0$

$$\begin{aligned} 3\omega^2 + 4\omega + 2 &= 3(\omega^2+\omega+1) + \omega - 1 \\ &= \omega - 1 \end{aligned}$$

$\dfrac{1}{\omega - 1} = a + b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1) = 1$

$(a-2b)\omega - (a+b) = 1 \leftarrow \omega^2 = -\omega - 1$

$\therefore\ a - 2b = 0,\ a + b = -1$ 에서

$a = -\dfrac{2}{3},\ b = -\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a + b = -1$

19. $a<0$, $b<0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

② $\dfrac{\sqrt{b}}{a}=\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}$

③ $\sqrt{a^2b^2}=ab$

④ $\sqrt{-ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}i$

해설

① $\sqrt{a^2b}=-a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2}=\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}$
$=(-a)(-b)=ab$

④ $\sqrt{-ab}=\sqrt{-a}\sqrt{b}$
$=\sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
$=-\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b}$
$=-\sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab}=-\sqrt{a}\sqrt{b}$

20. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(1-i)x^2+(1+i)x-2=0$$

① $x=-1$ 또는 $x=-i$

② $x=-1$ 또는 $x=-1-i$

③ $x=-1$ 또는 $x=-1+i$

④ $x=1$ 또는 $x=-1-i$

⑤ $x=1$ 또는 $x=-1+i$

해설

x^2 의 계수를 실수로 만들기 위해 양변에 $1+i$를 곱하면

$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)^2x-2(1+i)=0$

$2x^2+2ix-2(1+i)=0$

$(x-1)\left\{x+(1+i)\right\}=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-1-i$

21. 방정식 $x^2-4x+y^2-8y+20=0$을 만족하는 실수 x, y에 대하여 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2-4x+y^2-8y+20=(x-2)^2+(y-4)^2=0$

$\therefore\ x=2,\ y=4$

$\therefore\ x+y=6$

해설

$x^2-4x+y^2-8y+20=0$이 실근을 가지므로

$D/4=4-(y^2-8y+20)\geq 0$

$y^2-8y+16\leq 0$

$(y-4)^2\leq 0,\ y=4$

준식에 대입하면 $x=2$

따라서 $x+y=6$

22. x에 대한 이차식 $x^2-2(k+a)x+(k+1)^2+a^2-b-3$이 k에 관계없이 완전제곱식이 되는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

완전제곱식이면 판별식이 0이다.

$\Rightarrow \quad D' = (k+a)^2-(k+1)^2-a^2+b+3=0$

$\Rightarrow \quad 2(a-1)k+b+2=0$

$\Rightarrow \quad a=1, \quad b=-2,$

$\therefore \quad a+b=-1$

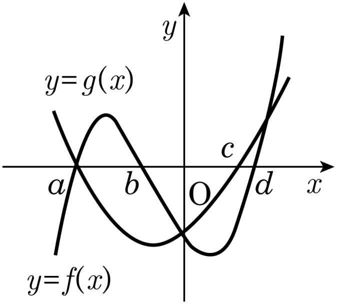
23. 유리수 a, b에 대하여 곡선 $y = x^2 - a$와 $y = bx$가 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x좌표가 $\sqrt{5}+1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

두 곡선 $y = x^2 - a$와 $y = bx$의 교점의 x좌표는
$x^2 - bx - a = 0$의 두 근이다.
$\sqrt{5}+1$이 근이므로, $-\sqrt{5}+1$도 근이다.
근과 계수의 관계에 의해
$b = \sqrt{5}+1 - \sqrt{5}+1 = 2$
$-a = (\sqrt{5}+1)(-\sqrt{5}+1) = -4$
$\therefore\ a = 4 \qquad \therefore a+b = 6$

24. 두 개의 방정식 $f(x)=0$, $g(x)=0$ 을 좌표평면에 나타내었더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 다음 중 $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=0$를 만족하는 것을 고르면?



① a ② a, b ③ a, c

④ a, b, d ⑤ a, b, c, d

해설

$f(x)=0$, $g(x)=0$를 모두 만족하는 것은 a 이다.
($\because$ 실수 a, b 에 대하여 $a^2+b^2=0$ 이면
$a=0$ 이고 $b=0$ 이다.)

25. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k + 1$ 의 최댓값이 15 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + k + 1 \\ &= -(x-3)^2 + 9 + k + 1 \\ &= -(x-3)^2 + k + 10 \end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때, 최댓값 $k + 10$ 을 가지므로

$k + 10 = 15$

$\therefore\ k = 5$

26. x에 대한 두 이차방정식 $x^2+ax+5=0$, $x^2+5x+a=0$이 공통근을 갖는 실수 a의 값들의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p라 하면
$p^2+ap+5=0,\ p^2+5p+a=0$
두 식을 빼면, $(a-5)p=a-5$
$(a-5)(p-1)=0$
$\therefore a=5$ 또는 $p=1$
$p=1$이면, $1+a+5=0,\ a=-6$
$\therefore a$의 합 : $-6+5=-1$

27. x에 대한 항등식 $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ 에서 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 : $a_0 = 1$

ii) 항등식에 $x=1, x=-1$을 대입하여 식을 만든다.

$x=1$을 대입하면 $2^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{10} \cdots$ ①

$x=-1$을 대입하면 $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \cdots + a_{10} \cdots$ ②

① + ②: $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$

$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 0$

$3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots a_{10} = 2 (\because a_0 = 1)$

28. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab}\\ &= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc}\\ &= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc}\\ &= \frac{-3abc}{abc}=-3\end{aligned}$$

해설

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$=(\frac{a}{b}+\frac{c}{b})+(\frac{b}{c}+\frac{a}{c})+(\frac{b}{a}+\frac{c}{a})$$

$$=\frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a}$$

$$=\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a}\ (\because\ a+b+c=0)$$

$$=-3$$

29. $x^2 - xy - 6y^2 + x + 7y + k$가 x, y에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되도록 상수 k의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

x에 관해 식을 정리하면

$f(x) = x^2 + (1-y)x + (-6y^2 + 7y + k)$

$f(x)$가 두개의 일차식으로 인수분해 되려면

$D = (1-y)^2 - 4(-6y^2 + 7y + k)$가 완전제곱식이어야 한다.

$D = 25y^2 - 30y + (1-4k)$에서

$$\frac{D}{4} = (-15)^2 - 25(1-4k) = 0$$

$\therefore\ k = -2$

30. 이차방정식 $f(x)=ax^2+bx+c=0$의 한 근을 $\dfrac{1}{(1+i)^2}$이라 할 때, $f(2x+3)=0$의 두 근의 합은? (단, a, b, c는 실수)

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\frac{1}{(1+i)^2}=\frac{1}{1+2i-1}=\frac{1}{2i}=-\frac{1}{2}i$$

$f(x)=ax^2+bx+c=0$의 한 근이 $-\dfrac{1}{2}i$이면

a, b, c가 실수이므로 다른 한 근은 $\dfrac{1}{2}i$

$\therefore\ f(x)=0$의 두 근의 합은 0

$f(2x+3)=0$의 두 근을 α, β라 하자.

$(2\alpha+3)+(2\beta+3)=0$

$2(\alpha+\beta)=-6$

$\therefore\ \alpha+\beta=-3$

31. 실수 x, y 가 방정식 $x^2+2xy+2y^2+y-6=0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

x 에 대한 이차방정식 $x^2+2yx+2y^2+y-6=0$ 이 실근을 가지므로 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=y^2-\left(2y^2+y-6\right)\geq 0$$

$$y^2+y-6\leq 0,\quad (y+3)(y-2)\leq 0$$

$\therefore -3\leq y\leq 2$ 따라서, y 의 최댓값은 2 이다.

32. 사차방정식 $x^4+8x^3+17x^2+8x+1=0$의 해는?

① $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

② $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

③ $x=\frac{-15\pm\sqrt{221}}{2}$ 또는 $x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

④ $x=\frac{15\pm\sqrt{221}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

⑤ $x=15\pm\sqrt{221}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

해설

$x^4+8x^3+17x^2+8x+1=0$의 양변을 x^2으로 나누면

$$x^2+8x+17+\frac{8}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+8\left(x+\frac{1}{x}\right)+17=0$$

$\therefore x+\frac{1}{x}=A$라 하자.

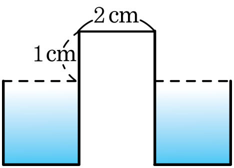
$$A^2+8A+15=(A+3)(A+5)$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}+3\right)\left(x+\frac{1}{x}+5\right)=0$$

$$(x^2+3x+1)(x^2+5x+1)=0$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2},\ \frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$$

33. 폭이 100 cm 인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 직사각형 단면이 다음 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면 중 한 개 단면의 최대 넓이는 몇 cm^2 인가? (단, 아래 그림의 실선은 양철판을 나타낸다.)



① $125\,\text{cm}^2$　② $288\,\text{cm}^2$　③ $350\,\text{cm}^2$

④ $420\,\text{cm}^2$　⑤ $120\,\text{cm}^2$

해설

직사각형 단면의 세로의 길이를 a, 가로의 길이를 b 라 하면

총길이는 $a+b+a+1+2+a+1+b+a=100$ 에서

$4a+2b=96$

$\therefore\ 2a+b=48$ 이므로 $b=48-2a$

한 개 단면의 넓이는 ab 이므로

$$\begin{aligned} a(48-2a) &= -2a^2+48a \\ &= -2(a^2-24a) \\ &= -2(a^2+24a+144-144) \\ &= -2(a-12)^2+288 \end{aligned}$$

따라서 $a=12$ 일 때 최대 넓이 $288\,\text{cm}^2$