

1. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

2. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

3. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 다항식 $2x^2 - x - 3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a + b$ 의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ &= (x + 1)(2x - 3)Q(x) \end{aligned}$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

4. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

5. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

6. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{㉠} \text{ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{㉡} \text{ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{㉢} \text{ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{㉣} \text{ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{㉤} \text{ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

7. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

8. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① $ax + by = 0$
- ② $a + b = x + y$
- ③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- ④ $x = y$
- ⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0$ 을

간단히 정리하면

$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$

즉, $(ay - bx)^2 = 0$

$\therefore ay - bx = 0$ ($\because a, x, b, y$ 는 실수)

따라서, $ay = bx$ 에서 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

9. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면 $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

10. 다음 중 $x(x+1)(x+2)(x+3)-24$ 의 인수인 것은?

① $(x-4)$

② $(x+1)$

③ (x^2-3x+6)

④ (x^2+3x+6)

⑤ (x^2-3x-6)

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)-24 \\ &= x(x+3)(x+1)(x+2)-24 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)-24 \\ & x^2+3x=X \text{로 치환하면} \\ & X(X+2)-24=X^2+2X-24 \\ &= (X+6)(X-4) \\ &= (x^2+3x+6)(x^2+3x-4) \\ &= (x^2+3x+6)(x-1)(x+4) \end{aligned}$$

11. 세 변의 길이가 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에 대하여 $a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c$ 인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$$a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c \text{에서 } a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \left\{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \right\} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

12. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나눈 나머지는 $2x + 1$ 이고, $g(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눈 나머지는 $x - 4$ 이다. 이 때, $(x + 2)f(x) + 3g(x + 1)$ 을 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 7 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 23

해설

$f(x) = (x^2 - 4)p(x) + 2x + 1$ 에서 $f(2) = 5$
 $g(x) = (x^2 - 5x + 6)q(x) + x - 4$ 에서 $g(3) = -1$
 $h(x) = (x + 2)f(x) + 3g(x + 1)$ 이라 놓으면,
 $h(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는
 $h(2) = 4f(2) + 3g(3) = 17$

13. $a-b=3$, $b-c=1$ 일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$ 의 값은?

- ① -14 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$a-b=3 \quad \cdots \textcircled{A}, \quad b-c=1 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}+\textcircled{B} \text{에서 } a-c=4$$

$$\therefore ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$$

$$=ab(b-a)+c^2(b-a)-c(b^2-a^2)$$

$$ab(b-a)+(b-a)\{c^2-c(b+a)\}$$

$$=(b-a)(ab+c^2-bc-ca)$$

$$=(b-a)\{a(b-c)+c(c-b)\}$$

$$=(b-a)(b-c)(a-c)$$

$$=(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$=3 \times 1 \times (-4) = -12$$

14. x^4 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫을 $q(x)$, 나머지를 r_1 이라 하고, $q(x)$ 를 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 나머지를 r_2 라 할 때, r_2 의 값은?

- ① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$x^4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)q(x) + r_1 \text{에서 } x = -\frac{1}{2} \text{을 대입하면}$$

$$r_1 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{2}\right)q(x) = x^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\text{이때, } a = -\frac{1}{2} \text{로 놓으면 } (x-a)q(x) = x^4 - a^4$$

$$\therefore q(x) = (x^4 - a^4) \div (x-a)$$

$$= (x+a)(x^2+a^2)$$

따라서, $q(x)$ 를 $x-a$ 로 나눈 나머지 r_2 는

$$q(a) = 4a^3$$

$$\begin{aligned} \therefore q\left(-\frac{1}{2}\right) &= 4\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

15. 어느 회사의 A공장과 B공장에서는 각각 모니터와 스피커를 만들고 있다. 하루에 A공장에서는 모니터를 400대, B공장에서는 스피커를 10000대 만든다. 모니터는 20000대, 스피커는 80000대가 만들어지면 본사 창고로 운반한다. 두 제품이 같은 날 창고에 운반되면 인력이 부족하여 용역회사에서 인력을 구하여야 한다. 이 때, 용역회사에서 평일은 50,000원, 주말에는 70,000원을 지불한다. 2008년 4월 1일 목요일 처음으로 모니터를, 다음날 스피커를 운반하였다. 2008년 연말까지 용역회사에서 지불할 금액을 구하여라.

▶ **답:** 유인

▶ 정답 : 390000원

해설

4월 1일, 4월 2일 ... 을 각각 1, 2... 라 하면

12월 31일은 275이다.

모니터가 윤반되는 날이 $5a + 1$ 이고

포더리가 운반되는 날이 $3a + 1$ 이고
스피커가 운반되는 날이 $8b + 2$ 이며

스피커가 훈만되는 달이 $8b + 2$ 이면,
 가을 나한채에 오바 $5 = 1 - 8b + 2$

같은 날 창고에 운반 $\rightarrow 5a + 1 = 8b + 2$

$$b = 5k + 1, 5k + 2, 5k + 3,$$

$b = 5k + 3$ 일 때, 성립한다.

그러므로 같은날 운반되는 경우

$$\rightarrow 40k + 26 \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

금년에 같은 날 운반

26, 66, 106, 146, 186, 226, 266 이고,

20, 60, 100, 140, 180, 220, 260 이고,
이들 중 평일은 5일, 주말은 2일 이므로
 $(50000 \times 5) + (70000 \times 2) = 250000 + 140000 = 390000$