

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

	2	-1	-6	-1	2
-1		-2	3	3	-2
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2) = 0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

3. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

4. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$

② $-1 + \sqrt{2}, -3$

③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$$

\therefore 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \text{에서}$$

$$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

6. $x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$ 의 두 근이 $1+i$, $1-i$ 일 때, 이 방정식의 나머지 두 근을 구하면?

① $x = -\frac{-1 + -\sqrt{3}i}{2}$

② $x = \frac{1 + -\sqrt{3}i}{2}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

④ $x = -1 \pm \sqrt{3}i$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

해설

$x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$ 의 두근이 $1+i$, $1-i$ 이므로
 $x^2 - 2x + 2$ 는 $x^4 - x^3 + x^2 + 2$ 의 인수이다.

따라서,

$$\therefore x^4 - x^3 + x^2 + 2 = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + x + 1)$$

$$\therefore x^2 + x + 1 = 0 \text{ 일 때의 근은 } \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

7. 방정식 $2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근을 α, β, r 라 할 때, $(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근이

α, β, r 이므로

$$2x^3 - 3x^2 + 6 = 2(x - \alpha)(x - \beta)(x - r)$$

양변에 $\sqrt{2}$ 를 대입하면

$$4\sqrt{2} - 6 + 6$$

$$= 2(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$$

$$\therefore (\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r) = 2\sqrt{2}$$

8. 방정식 $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 와 y 의 곱은?

① -2

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 에서

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0,$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0$$

$$x = 2y, x = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8$$

9. $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서

$x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$

$x \geq 1, y \geq 1$ 이므로 $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$

(i) $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때, $x = 4, y = 8$

(ii) $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때, $x = 8, y = 4$

따라서, 구하는 값은 $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$

10. p 가 실수일 때, 두 이차방정식 $x^2 + px + 3 = 0$, $x^2 + 3x + p = 0$ 이 오직 한 개의 공통근 α 를 갖는다고 한다. 이 때, $\alpha - p$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\alpha^2 + p\alpha + 3 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + p = 0$$

$$\alpha(p - 3) - (p - 3) = (\alpha - 1)(p - 3) = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ or } p = 3$$

$p = 3$ 이면 두 다항식이 같아지므로 $\alpha = 1$

$$\therefore 1 + p + 3 = 0 \quad \therefore p = -4$$

$$\therefore \alpha - p = 1 - (-4) = 5$$