

1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

- ① $x^4 - y^4$ ② $x^2 - y^2$
③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ ④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$
⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \underline{\underline{(x-y)(x+y)}}^2 \\&= (x^2 - y^2)^2 \\&= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -8 ④ -10 ⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지 정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$$\therefore k = -12$$

3. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

- ① $x(a - b)$ ② $(a - b)(x - y)$ ③ $(a + b)(x - y)$
④ $(a - b)(x + y)$ ⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

4. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

- ① 2 ② -2 ③ $-2x - 2$
④ $2x + 2$ ⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

\therefore 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

5. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 2$

▶ 정답: $b = -1$

▶ 정답: $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$$

$$= cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

6. $2x^2 - 3x - 2 = a(x - 1)(x + 2) + bx(x + 2) + cx(x - 1)$ $\circ|$ x 에 대한
항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = -1, c = 2$ ② $a = -1, b = 1, c = -2$
③ $a = 1, b = 1, c = 2$ ④ $a = -1, b = -1, c = -2$
⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.
 $x = 0$ 을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore a = 1$
 $x = 1$ 을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore b = -1$
 $x = -2$ 를 대입 $12 = 6c \quad \therefore c = 2$

7. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2$, $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

8. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가 $3x + 4$ 가 되도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$x^3 + ax - 8 \equiv x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는

$$(a - b + 16)x + 4b - 8$$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \textcircled{1}$$

①의 x 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.

9. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{ 라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

10. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 3$ ② $x + 3$
③ $x^2 + 1$ ④ $x^2 + 9$
⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$\begin{aligned}x^4 - 8x^2 - 9 &= (x^2 + 1)(x^2 - 9) \\&= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3) \\⑤ \quad x^2(x + 3) + x + 3 &= (x^2 + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

11. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$ 의 차수는?

- ① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

12. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

13. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\}\{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

14. 다항식 $(x - 1)(x - 3)(x + 2)(x + 4) + 21$ 를 인수분해 하면?

- ① $(x^2 - x - 5)(x^2 + x - 9)$ ② $(x^2 - x - 5)(x^2 - x - 9)$
③ $(x^2 + x + 5)(x^2 + x + 9)$ ④ $(x^2 + x - 5)(x^2 + x - 9)$
⑤ $(x^2 - x + 5)(x^2 + x + 9)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) + 21 \\&= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 21 \\x^2 + x = A \text{로 치환하면, } \\(A - 2)(A - 12) + 21 &= A^2 - 14A + 45 \\&= (A - 9)(A - 5) \\∴ (x^2 + x - 9)(x^2 + x - 5) &\end{aligned}$$

15. $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 2) - 24$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 일 때 $a + b + c + d$ 를 구하면?

① 16 ② -16 ③ 15 ④ 18 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 2) - 24 &\text{에서} \\ x^2 + 5x = t \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= (t + 4)(t + 2) - 24 \\ &= t^2 + 6t + 8 - 24 = t^2 + 6t - 16 \\ &= (t + 8)(t - 2) \\ \text{o}|\text{ 때 } t = x^2 + 5x \text{o}|\text{므로} \\ \therefore (x^2 + 5x + 8)(x^2 + 5x - 2) \\ \therefore a = 5, b = 8, c = 5, d = -2 \\ a + b + c + d = 5 + 8 + 5 + (-2) &= 16\end{aligned}$$

16. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x - 2y + 3$ ② $\textcircled{2} x - 2y - 3$ ③ $x + 2y - 3$

④ $x + 3y - 7$ ⑤ $x - 3y + 7$

해설

$$\begin{aligned} x+1 &= a, y+2 = b \text{ 라 하면} \\ (x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2 &= a^2 + ab - 6b^2 \\ &= (a-2b)(a+3b) \\ &= \textcolor{red}{(x+1)-2(y+2)}\textcolor{red}{(x+1)+3(y+2)} \\ &= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6) \\ &= (x-2y-3)(x+3y+7) \end{aligned}$$

17. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2 - x + 7)(x^2 - 5x + 3)$ ② $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - x + 3)$
③ $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 3)$ ④ $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3)$
⑤ $(x^2 - 2x + 7)(x^2 - 5x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3 \\ = \cancel{(x-1)(x-4)}\cancel{(x-2)(x-3)} - 3 \\ = (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 3 \\ = (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 - 3 \\ = (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 21 \\ = (x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3)\end{aligned}$$

18. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

19. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3 + 1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab - 12bc - 6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 + 8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4 + x^2y^2 + y^4 \end{aligned}$$

20. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x - y)(x + y + 1)$ ② $(x + y)(x - y - 1)$
③ $(x - y)(x - y - 1)$ ④ $(x + y)(x + y - 1)$
⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$