

1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

① 0

② 1

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

3. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

4. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

5. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

6. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

7. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

8. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는

$$(a-b+16)x+4b-8$$

$$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\textcircled{7}$$

⑦이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a-b+16=3, 4b-8=4$$

$$\therefore a=-10, b=3$$

$$\therefore a+b=-7$$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

9. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$
③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$
⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X+3)(X-2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x-1)(x+2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

10. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

11. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

12. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

13. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

① $x^2 - 2xy - 4y^2$

② $x^2 - 2xy + 4y^2$

③ $x^2 + 2xy + 4y^2$

④ $x^2 - 4xy - 7y^2$

⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

14. 다항식 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$ 를 인수분해 하면?

① $(x^2-x-5)(x^2+x-9)$

② $(x^2-x-5)(x^2-x-9)$

③ $(x^2+x+5)(x^2+x+9)$

④ $(x^2+x-5)(x^2+x-9)$

⑤ $(x^2-x+5)(x^2+x+9)$

해설

$$(\text{준식}) = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 21$$

$$= (x^2+x-2)(x^2+x-12) + 21$$

$x^2+x=A$ 로 치환하면,

$$(A-2)(A-12) + 21 = A^2 - 14A + 45$$

$$= (A-9)(A-5)$$

$$\therefore (x^2+x-9)(x^2+x-5)$$

15. $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때 $a+b+c+d$ 를 구하면?

- ① 16 ② -16 ③ 15 ④ 18 ⑤ 0

해설

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 에서

$x^2+5x=t$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (t+4)(t+2) - 24$$

$$= t^2 + 6t + 8 - 24 = t^2 + 6t - 16$$

$$= (t+8)(t-2)$$

이 때 $t = x^2 + 5x$ 이므로

$$\therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$$

$$\therefore a=5, b=8, c=5, d=-2$$

$$a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16$$

16. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x - 2y + 3$

② $x - 2y - 3$

③ $x + 2y - 3$

④ $x + 3y - 7$

⑤ $x - 3y + 7$

해설

$x+1=a$, $y+2=b$ 라 하면

$$(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

$$= (a-2b)(a+3b)$$

$$= \{(x+1) - 2(y+2)\} \{(x+1) + 3(y+2)\}$$

$$= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6)$$

$$= (x-2y-3)(x+3y+7)$$

17. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2 - x + 7)(x^2 - 5x + 3)$ ② $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - x + 3)$
③ $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 3)$ ④ $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3)$
⑤ $(x^2 - 2x + 7)(x^2 - 5x + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3 \\ &= \{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\} - 3 \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 3 \\ &= (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 - 3 \\ &= (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 21 \\ &= (x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3) \end{aligned}$$

18. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

19. 다음 중 다항식의 전개가 잘못 된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4 + x^2y^2 + y^4 \end{aligned}$$

20. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$