

1. $(a - b + c)(a - b - c)$ 를 전개하면?

① $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$

② $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$

③ $a^2 + b^2 + c^2 + abc$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a - b - c) \\ &= \{(a - b) + c\}\{(a - b) - c\} \\ &= (a - b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab \end{aligned}$$

2. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

3. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

① $2P$

② $4P$

③ $6P$

④ $8P$

⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

4. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75

② 125

③ 900

④ 1000

⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned}125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000\end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

$$(\text{준 식}) = 10000 \div 10 = 1000$$

5. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$

② $\frac{9+11i}{8}$

③ $\frac{3+9i}{10}$

④ $\frac{3+11i}{10}$

⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{10} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

7. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

8. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a+b+c+d$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x=0$ 을 대입 하면

$$-1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = -1$$

해설

$$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$$

$$= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$$

$$= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d \text{ 이므로}$$

$x^3 - 1$ 을 $x+1$ 로 연속으로 나눌 때

차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

9. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는

$$(a-b+16)x+4b-8$$

$$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\textcircled{7}$$

⑦이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a-b+16=3, 4b-8=4$$

$$\therefore a=-10, b=3$$

$$\therefore a+b=-7$$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

10. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① 5

② $\sqrt{5}$

③ 0

④ ± 5

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \end{aligned}$$

$z = \bar{z}$ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.

$$\therefore a = \pm \sqrt{5}$$

11. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1

② $\pm \sqrt{2}$

③ ± 2

④ $\pm \sqrt{3}$

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

① 8

② 4

③ 2

④ -2

⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x - 2)^2 + 8$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

15. x 의 범위가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때} : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때} : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

16. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}i \text{ 또는 } x = \pm \sqrt{2}$$

따라서 모든 실근의 곱은

$$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$$

17. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, $xf(x) - 3$ 을 $x+1$ 로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R - 3$

② $xQ(x), -R + 3$

③ $xQ(x), -R - 6$

④ $xQ(x) + R, -R - 3$

⑤ $xQ(x) + R, -R + 3$

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$$\therefore xf(x) = x(x+1)Q(x) + xR$$

$$\therefore xf(x) - 3 = x(x+1)Q(x) + xR - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)\} + (x+1)R - R - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x) + R\} - R - 3$$

19. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

20. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

21. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 2, b = 2$

③ $a = 2, b = 0$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을 x, y 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

22. 다항식 $f(x)$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ 일 때, $f(x)$ 를 $(2x-1)(3x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : $12x - 3$

해설

구하는 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x - 3$

- 23.** 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

24. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
1	4	3	5	

① $a = 3$

② $b = 2$

③ $c = 1$

④ $d = 4$

⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
1	$a+1$	a	$b+a$	

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

25. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x - 2y + 3$

② $x - 2y - 3$

③ $x + 2y - 3$

④ $x + 3y - 7$

⑤ $x - 3y + 7$

해설

$x+1=a$, $y+2=b$ 라 하면

$$(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

$$= (a - 2b)(a + 3b)$$

$$= \{(x+1) - 2(y+2)\} \{(x+1) + 3(y+2)\}$$

$$= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6)$$

$$= (x-2y-3)(x+3y+7)$$

26. $x^2 = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1}$ 의 값은?

① $8 - 6\sqrt{2}$

② $8 - 4\sqrt{2}$

③ $5 - 6\sqrt{2}$

④ $5 - 4\sqrt{2}$

⑤ $3 - 6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1} &= \frac{x^4(x - 1) - 3(x - 1)}{x - 1} \\ &= \frac{(x^4 - 3)(x - 1)}{x - 1} \\ &= x^4 - 3 \\ &= (3 - \sqrt{2})^2 - 3 \\ &= 11 - 6\sqrt{2} - 3 = 8 - 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

27. 세 다항식 $f(x) = x^2 + x - 2$, $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$, $h(x) = x^2 + mx + 8$ 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

해설

$$f(x) = (x + 2)(x - 1)$$

$$g(x) = (x + 2)(2x - 1) \text{ 이므로}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수는 $x + 2$

이것이 $h(x)$ 의 약수이어야 하므로

$$h(-2) = 4 - 2m + 8 = 0$$

$$\therefore m = 6$$

28. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x - 1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2 - 2$

② $2x^2 + x + 1$

③ $2x^2 + x - 1$

④ $2x^2 + x + 2$

⑤ $2x^2 + x - 2$

해설

최소공배수 : $x^3 + x^2 - 2x = x(x - 1)(x + 2)$

최대공약수 : $(x - 1)$

따라서 두 다항식은 $x^2 - x$, $x^2 + x - 2$

$\therefore 2x^2 - 2$

29. $z = (1 + i)x^2 + (2 - i)x - 8 - 2i$ 에 대하여 $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수 x 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$$

$$= (x - 2)(x + 4) + (x + 1)(x - 2)i$$

그런데, $z^2 < 0$ 에서 z 는 순허수이므로

$$\therefore x = -4$$

30. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 를 구할 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

$$(1 - 2xi)(2 - yi) = 6 - 2i \quad (\text{단, } x > 0)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(2 - 2xy) - (4x + y)i = 6 - 2i$$

$$2 - 2xy = 6, \quad 4x + y = 2$$

연립하여 x 에 대해 정리하면

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1(x > 0), \quad y = -2$$

31. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{8n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} \\&= \left(\frac{1+2i+i^2}{2} \right)^{4n} + \left(\frac{1-2i+i^2}{2} \right)^{4n} \\&= i^{4n} + (-i)^{4n} = 2 \cdot i^{4n} \\&= 2 \cdot (i^4)^n = 2 \cdot 1^n = 2\end{aligned}$$

32. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 \pm i$ 를 대입하여 정리하면

$$1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0 \text{ 과}$$

$$a + b + (a + 2)i = 0 \text{ 이다.}$$

위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서

$$a = -2, b = 2 \text{ 이다.}$$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켤레복소수 근을 갖는다.

따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$

근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$$

$$b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$$

33. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

34. 합이 20 인 두 수의 곱이 최대가 될 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 10

해설

두 수를 각각 x , $20 - x$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(20 - x) \\ &= -x^2 + 20x \\ &= -(x - 10)^2 + 100 \end{aligned}$$

$x = 10$ 일 때, 최댓값 100 을 갖는다.

$\therefore x = 10, 20 - x = 10$

따라서 두 수는 10, 10

35. 방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

실수 계수의 방정식에서 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다. 따라서 $x^3 - ax^2 + bx - 4$ 는 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면 $(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$ 이다.

$\therefore b - 2a + 2 = 0$ 과 $-8 + 2a = 0$ 에서 $a = 4$, $b = 6$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 6 = 10$