

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{81} = \pm 9$
- ② 음수의 제곱근은 두 개이다.
- ③ 제곱근 0.49 는 ± 0.7 이다.
- ④ 6.4 의 제곱근은 0.8 이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 한 개이다.

해설

- ① $\sqrt{81} = 9$
- ② 음수의 제곱근은 없다.
- ③ 제곱근 $0.49 = \sqrt{0.49} = 0.7$
- ④ 6.4 의 제곱근 $= \pm \sqrt{6.4}$

2. $|x| < 1$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 2 ② -2 ③ $x+2$ ④ $-2x$ ⑤ $2x$

해설

$|x| < 1$ 이므로 $-1 < x < 1$

$x+1 > 0, x-1 < 0$ 이므로

$$\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} = x+1 + x-1 = 2x$$

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무리수가 없다.
- ② $\frac{1}{2}$ 와 $\frac{1}{3}$ 사이에는 1 개의 유리수가 있다.
- ③ $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 5 개의 정수가 있다
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 수직선 위에는 무리수에 대응하는 점이 없다.

해설

③ $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 $-2, -1, 0, 1$ 총 4 개의 정수가 있다.

4. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{24} > 5$

② $\sqrt{10} < 3$

③ $-\sqrt{19} > -4$

④ $\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $\sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

해설

$a - b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

$a - b > 0 \rightarrow a > b,$

$a - b = 0 \rightarrow a = b,$

$a - b < 0 \rightarrow a < b$

① 양변을 제곱하면 $24 < 25$

$\therefore \sqrt{24} < 5$

② 양변을 제곱하면 $10 > 9$

$\therefore \sqrt{10} > 3$

③ $-19 < -16$ 이므로

$\therefore -\sqrt{19} < -4$

④ 양변을 제곱하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

※ 양변에 -2 가 공통으로 들어있기 때문에 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 대소만을 비교해서 판단해도 된다.

5. $\left(a - \frac{b}{3}\right)\left(a + \frac{b}{3}\right) - \left(\frac{5}{4}a + 2b\right)\left(\frac{5}{4}a - 2b\right) = pa^2 + qb^2$ 에서 상수 p, q 에 대하여 $16p + 9q$ 의 값은?

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - \left(\frac{b}{3}\right)^2 - \left\{\left(\frac{5}{4}a\right)^2 - (2b)^2\right\} \\ &= a^2 - \frac{b^2}{9} - \frac{25}{16}a^2 + 4b^2 \\ &= -\frac{9}{16}a^2 + \frac{35}{9}b^2 \\ \therefore 16p + 9q &= -9 + 35 = 26 \end{aligned}$$

6. $(x + 2y - 1)^2$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

$x + 2y = A$ 라 하면

$$(x + 2y - 1)^2 = (A - 1)^2$$

$A^2 - 2A + 1$ 에 $A = x + 2y$ 를 대입하면

$$(x + 2y)^2 - 2(x + 2y) + 1 = x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y + 1$$

따라서 xy 의 계수는 4이고 y 의 계수는 -4이므로

$$A - B = 4 - (-4) = 8 \text{이다.}$$

7. 다음 도형의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 것이 아닌 것은?

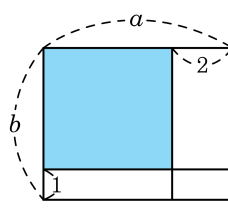
① $(a-2)(b-1)$

② $a(b-1)-2(b-1)$

③ $ab+2$

④ $b(a-2)-(a-2)$

⑤ $ab-2b-a+2$



해설

색칠한 부분의 넓이: $(a-2)(b-1)$

② $a(b-1)-2(b-1)=(a-2)(b-1)$

③ $ab+2$

④ $b(a-2)-(a-2)=(a-2)(b-1)$

⑤ $ab-2b-a+2=a(b-1)-2(b-1)=(a-2)(b-1)$

8. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면?

① $0.1a^2 - 3$

② $0.1a^2 + 3$

③ $0.5a^2 - 3$

④ $0.5a^2 + 3$

⑤ $a^2 - 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2 \\ &= -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right) \\ &= 3 + 0.1a^2 \end{aligned}$$

9. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

10. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $b - a > 0$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $a - b < 0$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $ab < 0$
- $\textcircled{\text{㉣}}$ $a + 3 < 0$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1}$ $\textcircled{\text{㉠}}$
- $\textcircled{2}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{3}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{4}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{5}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\text{㉠}} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\text{㉡}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉢}} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉣}} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉤}} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

11. 두 수 2와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

12. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a < c$

② $a \times c < b$

③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$$

$$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$$

$$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$$

$$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

13. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10-4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

14. $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}\left(\sqrt{24} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) = a + b\sqrt{2}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -15

② 15

③ -9

④ 9

⑤ 0

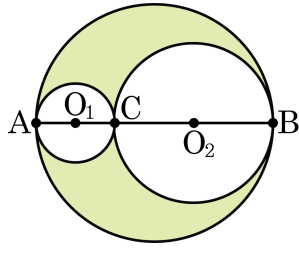
해설

$$6 + 12 - 6\sqrt{2} + 3 = 21 - 6\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 21, b = -6$$

$$\therefore a + b = 21 - 6 = 15$$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1 , O_2 가 세 점 A, B, C 에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



- ① $\pi(3a^2 + 3b^2 + 8ab)$ ② $8\pi ab$
 ③ $2\pi ab$ ④ πab
 ⑤ $\pi(2a^2 + 2b^2 + 8ab)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a + b$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a+b)^2\pi - a^2\pi - b^2\pi = 2ab\pi$ 이다.

16. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

17. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $2\sqrt{3}$

㉡ $3\sqrt{3}$

㉢ $-2\sqrt{3}$

㉣ $-3\sqrt{3}$

㉤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

18. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로
 $n = 1, 2, 3$ 일 때, $f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$
 $n = 4, \cdots, 8$ 일 때, $f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$
 $n = 9, \cdots, 15$ 일 때, $f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$
 $n = 16, \cdots, 24$ 일 때, $f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$
 $n = 25, \cdots, 35$ 일 때, $f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$
 $n = 36, \cdots, 48$ 일 때, $f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$
 $3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125$ 이고,
 $n = 41$ 이면 $125 + 6 \times 6 = 161$
 $\therefore n = 41$

19. 0 이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $|a| < 4, |b| < 4, |a| \neq |b|$ 이고 $a > b, ab \neq 0$ 이다. $x = a + b$ 이고 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 $x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 에서
 $x^{n+1}(x^2 + x - 2) = 0, x^{n+1} \neq 0$
($\because a \neq 0, b \neq 0, |a| \neq |b|$) 이므로
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 이므로
 $x = a + b$ 를 대입하면
 $(a + b - 1)(a + b + 2) = 0$
 $\therefore a + b = 1$ 또는 $a + b = -2$
이 때 $|a| < 4, |b| < 4, a > b, |a| \neq |b|, ab \neq 0$ 이므로
 $(a, b) = (2, -1), (3, -2), (1, -3)$
따라서 3 개이다.

20. $(100^{20} - 5)^2$ 을 계산하였을 때, 각 자리 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 358

해설

$$\begin{aligned}(100^{20} - 5)^2 &= (10^{40} - 5)^2 \\&= 10^{80} - 10^{41} + 25 \\&= 999 \cdots 9000 \cdots 0 + 25 \\&= 999 \cdots 9000 \cdots 025\end{aligned}$$

이때, 연속되는 9 가 39 개, 연속되는 0 이 39 개이고, 십의 자리와 일의 자리 숫자가 2 와 5 이므로 각 자리의 숫자의 합은 $9 \times 39 + 2 + 5 = 358$ 이다.

21. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^3 - 8x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x + \frac{1}{x} = 3$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 = 3x - 1$

$\therefore x^3 = 3x^2 - x$,

$\therefore x^3 - 8x + 6 = 3x^2 - x - 8x + 6 = 3(x^2 - 3x + 2) = 3(3x - 1 - 3x + 2) = 3$

22. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

23. $16 - x^2 + 4xy - 4y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x + 2y - 4)(-x + 2y + 4)$ ② $(x - 2y + 4)^2$
③ $(x - 2y + 4)(x + 2y - 4)$ ④ $(x - 2y + 4)(-x + 2y + 4)$
⑤ $(-x - 2y + 4)(x + 2y + 4)$

해설

$$\begin{aligned} 16 - (x^2 - 4xy + 4y^2) &= 16 - (x - 2y)^2 \\ &= 4^2 - (x - 2y)^2 \\ &= (4 + x - 2y)(4 - x + 2y) \end{aligned}$$

24. 다항식 $x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + 2y^2 + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + (2y + 1)(y + 1) \\ &= (x - 2y - 1)(x - y - 1) \\ &\therefore (-1) + (-1) = -2 \end{aligned}$$

25. $\frac{\sqrt{4^{11}-16^3}}{\sqrt{8^8-4^7}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{4^{11}-16^3}}{\sqrt{8^8-4^7}} &= \frac{\sqrt{(2^2)^{11}-(2^4)^3}}{\sqrt{(2^3)^8-(2^2)^7}} \\ &= \frac{\sqrt{2^{22}-2^{12}}}{\sqrt{2^{24}-2^{14}}} \\ &= \frac{\sqrt{2^{12}(2^{10}-1)}}{\sqrt{2^{14}(2^{10}-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2^2}} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$