

1. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$$\therefore \text{몫 : } x^2 - 2x + 1, \text{ 나머지 : } 3$$

2. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

3. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a + b) = ma + mb$

② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

4. 등식 $x^2 + 2x + 3 = a(x - 1)^2 + bx + c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x - 1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b - 2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

6. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

7. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

8. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

9. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

10. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

$$\text{㉡ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

11. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5

② $\sqrt{29}$

③ $\sqrt{33}$

④ 6

⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

12. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

14. 다항식 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 -3 이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $-4x + 7$

② $-4x - 3$

③ $2x + 3$

④ $2x - 3$

⑤ $3x - 1$

해설

나머지정리에 의하여

$(x+2)f(x)$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$3f(1) = 9 \text{ 이므로 } f(1) = 3 \cdots \textcircled{7}$$

$(2x-3)f(3x-7)$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$3f(2) = -3 \text{ 이므로 } f(2) = -1 \cdots \textcircled{8}$$

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 에 $\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 을 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = -1 \end{cases}$$

이므로 $a = -4, b = 7$

15. $2x^3 + 9x^2 + 11x + 7 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 x 에 대한 항등식일 때, a, b, c, d 를 차례로 구하면?

① 3, -1, 3, 2

② 2, 3, -1, 3

③ -3, 1, -3, -2

④ -2, -3, 1, -3

⑤ 1, -3, 4, -2

해설

조립제법을 이용하면

-1	2	9	11	7	
		-2	-7	-4	
-1	2	7	4	3	← d
		-2	-5		
-1	2	5	-1		← c
		-2			
	2	3			← b
	↑				
	a				

$a = 2, b = 3, c = -1, d = 3$

16. 다음 수량 사이의 관계를 부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

- ① x 의 5 배에 2를 더한 수는 x 에서 4를 뺀 수보다 크지 않다.
 $\Rightarrow 5x + 2 > x - 4$
- ② 한 개에 a 원인 사과 7개와 한 개에 b 원인 배 8개를 샀더니 그 금액이 10000원을 넘지 않았다. $\Rightarrow 7a + 8b \geq 10000$
- ③ 100원짜리 사탕 x 개와 200원짜리 껌 2개의 가격은 1000원 이상이다. $\Rightarrow 100x + 400 \leq 1000$
- ④ 무게가 3kg인 나무 상자에 한 통에 6kg인 수박 x 통을 담으면 전체 무게가 40kg을 넘지 않는다. $\Rightarrow 3 + 6x > 40$
- ⑤ 한 개에 300원인 배 x 개와 한 개에 600원인 사과 4개를 샀을 때, 그 금액은 3000원보다 작지 않다. $\Rightarrow 300x + 2400 \geq 3000$

해설

- ① $x \times 5 + 2 \leq x - 4$, 크지 않다.
 $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
- ② $a \times 7 + b \times 8 \leq 10000$, 넘지 않았다.
 $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
- ③ $100 \times x + 200 \times 2 \geq 1000$
- ④ $3 + 6 \times x \leq 40$, 넘지 않는다.
 $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
- ⑤ $300 \times x + 600 \times 4 \geq 3000$, 작지 않다.
 $\Rightarrow$ 크거나 같다 또는 이상이다.

17. 다음 문장을 부등식으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① x 에서 5 를 뺀 수는 x 의 8 배보다 작지 않다. $\Rightarrow x - 5 \geq 8x$

② x 의 3 배에서 5 를 뺀 수는 x 에 3 을 더한 수 이하이다.
 $\Rightarrow 3x - 5 \leq x + 3$

③ x 의 4 배에서 3 을 뺀 수는 x 에 1 을 뺀 수의 3 배보다 크지 않다. $\Rightarrow 4x - 3 \geq 3(x - 1)$

④ 5 명이 1 인당 x 원 씩 내면 총액이 2000 원 미만이다.
 $\Rightarrow 5x < 2000$

⑤ x 에서 2 를 뺀 수의 4 배는 9 를 넘지 않는다. $\Rightarrow 4(x - 2) \leq 9$

해설

③ 크지 않다. $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
 $4x - 3 \leq 3(x - 1)$

18. 다음 보기에서 $x = 0$ 을 해로 갖는 부등식을 모두 골라라.

보기

㉠ $x < 0$

㉡ $3x + 1 < 4$

㉢ $4x \geq 16 + 2x$

㉣ $7x + 1 \geq 4x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $x < 0$, $0 < 0 \rightarrow$ 거짓.

㉡ $3x + 1 < 4$, $3x < 3$, $x < 1$, $0 < 1 \rightarrow$ 참.

㉢ $4x \geq 16 + 2x$, $2x \geq 16$, $x \geq 8$, $0 \geq 8 \rightarrow$ 거짓.

㉣ $7x + 1 \geq 4x$, $3x \geq -1$, $0 \geq -\frac{1}{3} \rightarrow$ 참.

19. $a > b$, $ac > bc$, $ac = 0$ 일 때, a , b , c 의 값 또는 부호를 구하면?

① $a > 0$, $b < 0$, $c = 0$

② $a < 0$, $b > 0$, $c = 0$

③ $a = 0$, $b > 0$, $c < 0$

④ $a = 0$, $b < 0$, $c > 0$

⑤ $a = 0$, $b < 0$, $c < 0$

해설

$ac = 0$ 이므로 $a = 0$ 또는 $c = 0$, 그런데 $ac > bc$ 이므로 $c \neq 0$,
 $a = 0$

$a > b$ 이므로 $b < 0$, $ac > bc$, $a = 0$ 이므로 $bc < 0$, 그런데 $b < 0$
이므로 $c > 0$

$\therefore a = 0$, $b < 0$, $c > 0$

20. 부등식 $\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{2}(3x+7) - 2x \leq \frac{1-x}{5} + 3$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3} \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$3x - 3 + 5 > 4x$$

$$-x > -2$$

$$x < 2$$

따라서 $a = 1$ 이다.

$$\frac{1}{2}(3x+7) - 2x \leq \frac{1-x}{5} + 3 \text{의 양변에 10을 곱하면}$$

$$15x + 35 - 20x \leq 2 - 2x + 30$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1$$

따라서 $b = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

21. 부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq 1$ 을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq 1, \quad 4(x-2) - 3(2x-3) \geq 12, \quad -2x \geq 11,$$

$$x \leq -\frac{11}{2}$$

따라서 가장 큰 정수는 -6 이다.

22. $m - 1 < 1$ 일 때, 일차부등식 $5mx - 2m \leq 10x - 4$ 의 해는?

- ① $x \leq \frac{1}{5}$ ② $x \leq \frac{2}{5}$ ③ $x \geq \frac{2}{5}$ ④ $x \geq \frac{3}{5}$ ⑤ $x \geq \frac{4}{5}$

해설

$$m - 1 < 1 \text{ 에서 } m - 2 < 0$$

$$5mx - 2m \leq 10x - 4$$

$$5(m - 2)x \leq 2(m - 2)$$

$$\therefore x \geq \frac{2}{5} \quad (\because m - 2 < 0)$$

23. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$$5x - 20a \geq 12x - 8 \quad \text{에서} \quad -7x \geq 20a - 8$$

$$\therefore x \leq \frac{-20a + 8}{7}$$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$$\frac{-20a + 8}{7} = -16$$

$$-20a + 8 = -112$$

$$-20a = -120$$

$$\therefore a = 6$$

24. 3000 원 하는 안개꽃 한 다발과 한 송이에 700 원 하는 장미 여러 송이를 사려고 한다. 집에서 꽃가게는 편도 1200 원의 차비가 들고 꽃은 모두 30000 원 이하의 비용으로 사되 장미를 가능한 한 많이 넣어서 집에 도착하려 할 때, 장미는 몇 송이 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 송이

▷ 정답 : 35 송이

해설

안개꽃은 한 다발만 산다고 했으므로 3000 원이고 장미의 송이 수를 x 개로 하면 $700x$ 가 되고 차비는 편도 1200 원이기 때문에 왕복 2400 원이 든다.

모두 합치면 $(3000 + 700x + 2400)$ 원이 되고 30000 원 이하이므로 식을 세우면

$$3000 + 700x + 2400 \leq 30000 \text{ 이 된다.}$$

식을 풀면

$$3000 + 700x + 2400 \leq 30000$$

$$700x \leq 30000 - 3000 - 2400$$

$$700x \leq 24600$$

$$7x \leq 246$$

$$\therefore x \leq \frac{246}{7} = 35. \times \times \times$$

이므로 장미를 최대한 많이 넣으려면 35 송이를 사면 된다.

25. 다음 보기에서 일차방정식 $3x + y = 10$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
- ㉡ x, y 가 모든 수일 때, 해의 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많이 있다.
- ㉢ x, y 가 자연수일 때, 해는 3 쌍이다.
- ㉤ $x = -3$ 일 때, $y = 1$ 이다.
- ㉥ y 에 관해 정리하면 $y = 3x + 10$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

- ㉠. 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
- ㉡. x, y 가 모든 수일 때, 해의 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많이 있다.
- ㉢. x, y 가 자연수일 때, 해는 $(1, 7), (2, 4), (3, 1)$ 으로 3 쌍이다.
- ㉤. $x = -3$ 일 때, $y = 19$ 이다.
- ㉥. y 에 관해 정리하면 $y = -3x + 10$ 이다.