

1. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

2. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위수라고 한다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.
- ② 1 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.
- ④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.
- ⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

- ① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
- ② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 2 는 소수이다.

4. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

5. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

6. $7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

7^1 의 일의 자릿수=7,

7^2 의 일의 자릿수=9,

7^3 의 일의 자릿수=3,

7^4 의 일의 자릿수=1 이므로,

4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는 것을 알 수 있다.

$7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 의 일의 자릿수=9

$\therefore 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지=9

7. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

8. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

2×3^2 , 5^3 , $2^3 \times 5$, $3^2 \times 7$

- ① 22 ② 23 ③ 45 ④ 107 ⑤ 143

해설

$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
 $2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$
 $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$ 이므로
가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2
따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

9. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

- ① $2^3 \times 3 \times 5$ ② $4^2 \times 3 \times 5$ ③ $2 \times 6 \times 10$
④ $2^2 \times 6 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

10. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 1 + 2 + 1 = 4$$

11. 36의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2, 3이고, 개수는 2개이다.

12. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

13. 다음에서 $2^3 \times 5$ 의 약수를 찾아 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1
- ② 2×5^2
- ③ $3^2 \times 5$
- ④ 2×5
- ⑤ 2^5

해설

2^3 의 약수는1, 2, 2^2 , 2^3 이고

5 의 약수는 1, 5 이므로

$2^3 \times 5$ 의 약수는 다음과 같다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5	5×2	5×2^2	5×2^3

14. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

15. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$ 이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.
따라서 $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

16. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이

때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를
 $(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$)라 하면,
 $(a-1) + (a) + (a+1) = 21$ 의 배수
 $\Rightarrow 3a = 21$ 의 배수
 $\Rightarrow a = 7$ 의 배수
 $\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

17. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$
② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$
③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$
④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$
⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

- ① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,
④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,
⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

18. $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

(준식) $= x^2 \times y^2 \times z^2$ 이므로 $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.
따라서 $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$ 이다.

19. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2$ 이므로
따라서 n 은
 $n = 2 \times 1^2 = 2$
 $n = 2 \times 2^2 = 8$
 $n = 2 \times 3^2 = 18$
 $n = 2 \times 4^2 = 32$
그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

20. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

21. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

22. 자연수 x 를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을 $S(x)$ 라 한다.
(단, 1 은 생각하지 않는다.)
예를 들면, $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$
이 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고
 $S(m) = 17$ 이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의
차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,
 $17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$
 $\therefore 360 - 252 = 108$

23. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23

② 55

③ 99

④ 111

⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

24. 54의 약수의 개수가 a , 108의 약수의 개수가 b 일 때 $a+b$ 의 값은?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는
 $(1+1) \times (3+1) = 8$, $a = 8$
 $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는
 $(2+1) \times (3+1) = 12$, $b = 12$
 $\therefore a+b = 20$

25. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1=2, b+1=3 \text{ 또는 } a+1=3, b+1=2$$

$$a=1, b=2 \text{ 또는 } a=2, b=1$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$