1. 다항식 $f(x)=3x^3-7x^2+5x+2$를 $3x-1$로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : x^2-2x+1 , 나머지 : 3

② 몫 : x^2-2x+1 , 나머지 : 2

③ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 3

④ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 2

⑤ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$f(x)=(3x-1)\left(x^2-2x+1\right)+3$

$\therefore$ 몫 : x^2-2x+1, 나머지 : 3

2. 등식 $ax^2-(2a+c)x-1=(b-2)x^2+(b+3)x-c$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c를 정할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

(준식)$=(a-b+2)x^2-(2a+c+b+3)x-1+c=0$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a-b+2=0,\ 2a+c+b+3=0,\ c=1$
$\Rightarrow a=-2,\ b=0,\ c=1$
$\therefore a^2+b^2+c^2=5$

3. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$i^2 = -1,\ i^3 = i^2 \times i = -i,\ i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$

$i^5 = i^4 \times i = i$

$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$

$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$

4. 이차함수 $y=-x^2-2x+7(-3\le x\le 1)$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y=-x^2-2x+7=-(x+1)^2+8$이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1,8)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
$x=-3$일 때 $y=-(-3+1)^2+8=4$
$x=1$일 때 $y=-(1+1)^2+8=4$이다.
따라서 최댓값 $a=8$이고, 최솟값 $b=4$이므로 $a+b=12$

5. 부등식 $-1 < -2x + 1 < 3$ 의 해를 구하면?

① $-2 < x < 2$ ② $-2 < x < -1$ ③ $-1 < x < 1$

④ $-1 < x < 2$ ⑤ $1 < x < 2$

해설

$$-1 < -2x + 1 < 3 \rightarrow \begin{cases} -1 < -2x + 1 \\ -2x + 1 < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$\therefore \ -1 < x < 1$

6. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$

$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$

$=6x^3+x^2-4x-3$

$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$

$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

7. 등식 $2x^2-3x-2=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 $x=0$을 대입하면, $-2=2a$ $\therefore\ a=-1$

양변에 $x=1$을 대입하면, $-3=-b$ $\therefore\ b=3$

$\therefore\ 2ab=-6$

8. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2-b^2-c^2+2bc$ ④ $a^2+b^2-c^2-2bc$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c)$

$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$

$=a^2-(b-c)^2$

$=a^2-b^2-c^2+2bc$

9. $i^2 = -1$이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$ $3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$가 된다.

10. x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+3)x+a^2+7=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \geq 0$　　② $-1 < a < 0$　　③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\dfrac{1}{3}$　　⑤ $0 \leq a \leq \dfrac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\dfrac{D}{4} \geq 0$이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(a+3)^2-(a^2+7) \geq 0$$

$$a^2+6a+9-a^2-7 \geq 0$$

$$6a+2 \geq 0 \qquad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

11. 이차방정식 $x^2 - x(kx-7) + 3 = 0$이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8 ② -4 ③ -2 ④ 5 ⑤ 2

해설

$x^2 - x(kx-7) + 3 = 0$

$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$

$(1-k)x^2 + 7x + 3 = 0$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$이어야 하므로

$D = 7^2 - 4 \cdot (1-k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$

$37 + 12k < 0$

$\therefore k < -\dfrac{37}{12}$

따라서 최대정수는 -4이다.

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$의 값은?

① 15　② 16　③ 17　④ 18　⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$

$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

$= 27 - 9 = 18$

13. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a < 7$　② $a > 9$　③ $6 < a \le 9$

④ $6 \le a < 9$　⑤ $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19) > 0$ 이므로
이 부등식의 $D < 0$ 이다.
$D = (a-5)^2 - 2(3a-19) = a^2 - 16a + 63 < 0$
$\therefore 7 < a < 9$

14. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\dfrac{1}{14}<x<\dfrac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$　　② $-7<x<-5$

③ $-7<x<5$　　④ $5<x<7$

⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\dfrac{1}{14}<x<\dfrac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$ (가)

(가)를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

15. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x+2$이고, 최소공배수가 x^3+x^2-2x일 때, 두 이차식의 합은?

① $2x^2+3x+2$ ② $2x^2-3x-2$ ③ x^2-3x-2

④ $2x^2+3x-2$ ⑤ x^2-3x+2

해설

$A=Ga, B=Gb$ $(a,b$는 서로소$)$

$G=x+2$

$L=x^3+x^2+2x=x(x+2)(x-1)=Gab$

$A=x(x+2)=x^2+2x$

$B=(x+2)(x-1)=x^2+x-2$

$A+B=2x^2+3x-2$

16. 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\dfrac{w}{w+1} + \dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$ 의 값은? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 컬레복소수이다.)

① $\dfrac{3}{5}$ ② $\dfrac{7}{5}$ ③ 1 ④ $\dfrac{7}{10}$ ⑤ $\dfrac{9}{10}$

해설

$\overline{w} = 2 + i$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$$
$$= \frac{2-i}{3-i} + \frac{2+i}{3+i}$$
$$= \frac{(2-i)(3+i) + (2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$$
$$= \frac{14}{10}$$
$$= \frac{7}{5}$$

해설

$\omega + \overline{\omega} = 4, \omega\overline{\omega} = 5$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1} = \frac{2\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega}}{\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega} + 1}$$
$$= \frac{10+4}{5+4+1}$$
$$= \frac{7}{5}$$

17. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$에 대하여 $2z+3\bar{z}=5-2i$를 만족하는 복소수 z의 역수는?

① $-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i$ ② $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$ ③ $-1-2i$

④ $-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ ⑤ $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

해설

$z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi$ ($a,\ b$ 는 실수)라 두면

$2z+3\bar{z}=5-2i$

$2(a+bi)+3(a-bi)=5-2i$

$5a-bi=5-2i$

복소수 상등에 의하여

$a=1,\ b=2$

$\therefore\ z=1+2i$

(z의 역수)$=\frac{1}{1+2i}=\frac{1-2i}{5}=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

18. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\sqrt{-2}\sqrt{-5}=\sqrt{10}$	㉡ $\sqrt{-3}\sqrt{12}=-6$
㉢ $(-\sqrt{-2})^2=-2$	㉣ $(\sqrt{-3})^3=-3\sqrt{3}i$
㉤ $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}}=-2i$	㉥ $\dfrac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}}=-2$

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

㉢, ㉣, ㉤이 옳다.

㉠ $\sqrt{-2}\sqrt{-5}=-\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{-3}\sqrt{12}=6i$

㉥ $\dfrac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}}=2i$

19. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-3x+m-1$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, m 의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2-3x+m-1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+m-1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{9}{2}+m-1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2+m-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

최솟값이 $\frac{1}{2}$ 이므로 $m-\frac{11}{2}=\frac{1}{2}, m=\frac{1}{2}+\frac{11}{2}=\frac{12}{2}$

$\therefore m=6$

20. 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 해의 개수는?

① 없다. ② 1쌍 ③ 2쌍 ④ 3쌍 ⑤ 4쌍

해설

연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots ㉠ \\ x^2-y^2=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $y=\pm(x-1)\cdots$㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2-(x-1)^2=0$,

$2x-1=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$

㉢에서 $y=\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}$

$\therefore$ 연립방정식의 해는 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$의 2쌍이다.

21. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B에 대하여 A, B의 최대공약수를 $(A,\ B)$, A, B의 최소공배수를 $[A,\ B]$라 하자. 다항식 A, B가

$$(A+B,\ A-B) = 2x-3,\ [A+B,\ A-B] = 2x^2+x-6$$

을 만족할 때, $2[A,\ B]=0$과 같은 해를 갖는 것은?

① $2x^3+5x^2-6x-9$ ② x^3+4x^2-2x-7
③ x^3-3x^2+5x-1 ④ $3x^3-x^2+2x-1$
⑤ $-x^3+2x^2-5x+7$

해설

$A=aG,\ B=bG$ (a,b는 서로소)라 하자.
$(A+B, A-B) = ((a+b)G,\ (a-b)G) = 2x-3$ 이므로
G는 $2x-3$
따라서 A,B는 $2x-3$으로 나누어떨어지고 a, b는 일차식이다.
또 $[A+B, A-B] = [(a+b)G, (a-b)G] = 2x^2+x-6$
$=(x+2)(2x-3)$ 이므로 $(a+b)(a-b)G = (x+2)(2x-3)$
$\therefore\ (a+b)(a-b) = x+2$ 이고
a, b는 모두 일차식이므로
$a+b=x+2$, $a-b=1$ 이라 하고 연립하여 풀면
$a=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$,
$b=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$$\therefore\ [A,B] = \left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)(2x-3)$$
$$=\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}\right)(2x-3)$$
$$=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{8}{4}x^2-3x+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$$
$$=\frac{1}{2}x^3+\frac{5}{4}x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$$
$$\therefore\ 2[A,B] = x^3+\frac{5}{2}x^2-3x-\frac{9}{2}$$

따라서 $2[A,B]$와 같은 것은 ① $2x^3+5x^2-6x-9$ 이다.

22. 모든 실수 x에 대하여 이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$ 의 그래프가 직선 $y = mx - 2$보다 위쪽에 있을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $-6 < m < 2$ ② $-4 < m < 1$ ③ $-2 < m < 0$

④ $2 < m < 5$ ⑤ $4 < m < 6$

해설

모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^2 - 2x + 2 > mx - 2$ 가 성립하므로

$x^2 - (m+2)x + 4 > 0$ 에서

이차방정식 $x^2 - (m+2)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D라 하면

$D = (m+2)^2 - 16 < 0$

$(m+6)(m-2) < 0$

$\therefore -6 < m < 2$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=0$ 에서

$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$ 이므로

$x+y=u,\ xy=v$ 라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots ㉠ \\ \dfrac{u^2-2v}{v}=0 \quad \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v}=\frac{v(v-2)}{v}=0$$

$\therefore\ v=0$ 또는 $v=2$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy\neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ㉠에서 $u=v=2$ 이므로

$x+y=2$

24. 다음 방정식을 만족하는 양의 정수의 값이 <u>아닌</u> 것은?

$$x^2 - 3xy + 2y^2 + 6 = 0$$

① 5 ② 7 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2-3xy+2y^2 = -6$ 의 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(x-2y) = -6$
이 때, x, y는 양의 정수이므로 $x-y$, $x-2y$도 정수이고 $x-y >$ $x-2y$이다.
따라서, $x-y$, $x-2y$의 값은 다음 표와 같다.

$x-y$	1	2	3	6
$x-2y$	-6	-3	-2	-1

그러므로 각각을 연립하여 풀면 구하는 x, y의 값은

$\begin{cases} x=8 \\ y=7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=7 \\ y=5 \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=8 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=13 \\ y=7 \end{cases}$

25. 두 부등식 $3x-4<x+6$ 과 $1-3x \le -5$를 모두 만족하는 수 중에서 가장 작은 정수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x-4<x+6,\ \ x<5$

$1-3x \le -5,\ \ 2 \le x < 5$

따라서 모두 만족하는 수는 $2 \le x < 5$이므로 가장 작은 정수는 2 이다.