

1. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 2 \quad \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$$

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

3. $x^2 - 9x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 9, \quad \alpha\beta = 3$$

9, 3을 근으로 하는 x^2 의 계수가 1 이차방정식은

$$(x - 9)(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0 \quad \therefore a = -12, \quad b = 27$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

5. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

6. 이차방정식 $x^2 + kx + k - 1 = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 3배가 되도록 하는 상수 k 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

한 근이 다른 한 근의 3배이므로 두 근을 α , 3α 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 3\alpha = -k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \cdot 3\alpha = k - 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $\alpha = -\frac{k}{4}$ 이것을 ㉡에 대입하면

$$3\left(-\frac{k}{4}\right)^2 = k - 1, \quad 3k^2 - 16k + 16 = 0, \quad (3k - 4)(k - 4) = 0$$

$$\therefore k = 4$$

해설

7. 이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 - 2k - 3 = 0$ 의 두 근이 모두 음수 일 때, k 의 범위를 구하면?

① $-\frac{3}{2} \leq k < -1$

② $-\frac{3}{2} < k < 0$

③ $-1 < k < 0$

④ $-1 < k < 3$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 3$

해설

(i) 판별식이 0보다 크거나 같다.

$$D' = k^2 - (k^2 - 2k - 3) \geq 0 \text{에서}$$

$$k \geq -\frac{3}{2}$$

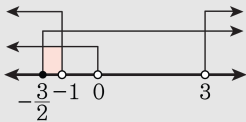
(ii) 두 근의 곱은 0보다 크다.

$$k^2 - 2k - 3 > 0 \text{에서 } (k+1)(k-3) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > 3$$

(iii) 두 근의 합이 0보다 작다.

$$2k < 0 \therefore k < 0$$



공통범위를 구하면, $-\frac{3}{2} \leq k < -1$

8. x 의 이차방정식 $x^2 + (a^2 - a - 12)x - a + 3 = 0$ (a 는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha + \beta = -(a^2 - a - 12) = 0, \alpha\beta = -a + 3 < 0$$

$$\therefore a = 4$$

9. 방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2 + 5\alpha + 1)(\beta^2 - 4\beta + 1)$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -8

④ -14

⑤ -17

해설

방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0, \beta^2 + 3\beta + 1 = 0$$

$$\alpha^2 + 1 = -3\alpha, \beta^2 + 1 = -3\beta$$

$$\therefore (\alpha^2 + 5\alpha + 1)(\beta^2 - 4\beta + 1)$$

$$= (-3\alpha + 5\alpha)(-3\beta - 4\beta)$$

$$= -14\alpha\beta$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha\beta = 1$ 이므로

$$(\text{주어진 식}) = -14$$

10. 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 4 = 0$ 에서 한 근만이 양이기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < a \leq 0$

② $0 < a \leq 1$

③ $1 < a \leq 2$

④ $-2 < a \leq 2$

⑤ $-1 < a \leq 2$

해설

(i) $\alpha > 0, \beta < 0$ 일 때, $\alpha\beta = a^2 - 4 < 0$

$$\therefore -2 < a < 2$$

(ii) $\alpha > 0, \beta = 0$ 일 때,

$$\alpha + \beta = a > 0, \alpha\beta = a^2 - 4 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

(i), (ii)에서 $-2 < a \leq 2$