

1. $\frac{a}{70}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이고 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 자연수 a 와 b 의 값의 합 $a+b$ 를 구하여라. (단, $10 < a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{b}$$

a 는 7의 배수, 단, $10 < a < 20$ 이므로

$$a = 14, b = 5$$

$$\therefore a + b = 19$$

2. $x = 0.á$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.8i$ 일 때 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, 9x+9 = 11, x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

3. 자연수 m, n 에 대하여 $(-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8)$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$(-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8)$$

$$\{(-1) \times 2^2\}^9 \div (-2)^{n+1}$$

$$= (-1) \times (-2)^{m-7} \div (-1) \times 2^3$$

$$\frac{(-1) \times 2^{18}}{(-2)^{n+1}} = \frac{(-1) \times (-2)^{m-7}}{(-1) \times 2^3}$$

즉,

$$(-1) \times 2^{18} \times (-1) \times 2^3 = (-1) \times (-2)^{m-7} \times (-2)^{n+1}$$

$$(-1) \times 2^{21} = (-2)^{m-7+n+1}$$

$$(-2)^{21} = (-2)^{m-7+n+1}$$

따라서 $21 = m - 7 + n + 1$ 이므로 $m + n = 27$ 이다.

4. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

⑤ $14y$

해설

$$(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y = 5x + 3y + 5y - x = 4x + 8y$$

5. $\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 일 때, $(10xy - 15y^2) \div 5y^2$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$(10xy - 15y^2) \div 5y^2 = \frac{2x}{y} - 3$$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 은 $x = 2y$ 이므로 $\frac{4y}{y} - 3 = 1$ 이다.

6. $2x + 7 \leq 5x + 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a , $0.3x - 3 > 0.7x + 1.4$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$2x + 7 \leq 5x + 1, -3x \leq -6, x \geq 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$0.3x - 3 > 0.7x + 1.4, 3x - 30 > 7x + 14, -4x > 44, x < -11$$

$$\therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = 14$$

7. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x+2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

- ① -5 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} \frac{3^{1-a}}{2} &= \frac{1}{54}, 3^{1-a} = \frac{1}{27} \therefore a = 4 \\ 4x - 3(x+2) &< b \\ x < b + 6 &= 11 \\ b = 5 \therefore ab &= 20 \end{aligned}$$

8. 부등식 $(a+b)x+2a-3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x+2a+b < 0$ 의 해는?

① $x > 7$

② $x < 7$

③ $x > -7$

④ $x < -7$

⑤ $x < 3$

해설

$(a+b)x+2a-3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 이므로 $a+b > 0$

식을 정리하면 $x < -\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$$-\frac{2a-3b}{a+b} = -\frac{3}{4}$$

$$8a-12b = 3a+3b$$

$$5a = 15b \quad \therefore a = 3b$$

$a+b = 4b > 0$ 이므로 $b > 0$,

$a = 3b$ 를 $(a-2b)x+2a+b < 0$ 에 대입하면

$$(3b-2b)x+6b+b < 0$$

$$x < -\frac{7b}{b}$$

$$\therefore x < -7$$

9. 일차부등식 $\frac{x-1}{2} - \frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8} - a$ 의 해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

해설

$\frac{x-1}{2} - \frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8} - a$ 의 양변에 8을 곱하면

$$4x - 4 - 6x - 10 \geq x - 7 - 8a$$

$$-3x \geq -8a + 7, x \leq \frac{8a-7}{3}$$

해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 이므로 $\frac{8a-7}{3} = -\frac{3}{5}$

$$40a - 35 = -9, 40a = 26$$

$$\therefore a = \frac{13}{20}$$

10. 버스요금은 1인당 900원씩이고, 택시는 기본 2km까지는 요금이 1900원이고, 이 후로는 200m당 100원씩 올라간다고 한다. 버스와 택시가 같은 길을 따라간다고 할 때, 네 명이 함께 이동할 때, 버스를 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리한 것은 몇 km 떨어진 지점까지 인가?

- ① 5km 미만 ② 5.4km 미만 ③ 4.2km 이하
④ 4.2km 미만 ⑤ 5.2km 미만

해설

택시 요금이 100원씩 올라가는 횟수를 x 회라 하면

$$900 \times 4 > 1900 + 100x$$

$$1700 > 100x$$

$$x < 17$$

$$\therefore 2 + 0.2 \times 17 = 2 + 3.4 = 5.4$$

따라서 택시를 타는 것이 유리한 것은 5.4km 미만까지 이다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.7 \\ 0.\dot{x} - 0.0\dot{y} = 0.1\dot{8} \end{cases}$ 을 풀면?

① $x = -2, y = 3$

② $x = 2, y = 3$

③ $x = 2, y = -3$

④ $x = -2, y = -3$

⑤ $x = 3, y = 2$

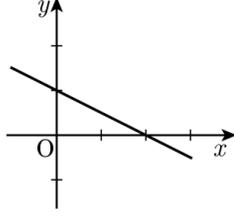
해설

$$\begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.7 \\ 0.\dot{x} - 0.0\dot{y} = 0.1\dot{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ \frac{1}{9}x - \frac{1}{90}y = \frac{17}{90} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 & \cdots \text{㉠} \\ 10x - y = 17 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ + ㉡ 을 하면 $x = 2, y = 3$

12. 다음 연립방정식 중 그 그래프가 다음 그래프와 비슷한 것은?



① $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} -x + \frac{y}{2} = \frac{1}{4} \\ -12x + 4y = 2 \end{cases}$

② $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2(x + y) - 1 = 3 - 2y \end{cases}$

④ $\begin{cases} 0.1x - 0.3y = -1 \\ 2x - 6y = 20 \end{cases}$

해설

해가 무수히 많은 것을 찾는다.

② $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2(x + y) - 1 = 3 - 2y \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$

이므로 해가 무수히 많다.

14. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 점 $(2, -3)$ 을 지나고, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = -3$ 이다.

이때, $f(-1) \times f(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = -3 \text{에서 기울기는 } -3$$

점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $y = -3x + b$ 에 대입하면

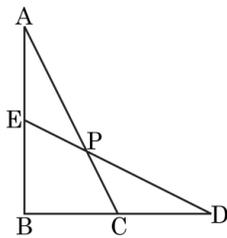
$$-3 = -6 + b \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore y = -3x + 3$$

$$f(-1) = 3 + 3 = 6, f(1) = -3 + 3 = 0$$

$$\therefore f(-1) \times f(1) = 0$$

15. 다음 그림의 삼각형 ABC, BDE 에서 $\angle ABD = 90^\circ$ 이고, 점 E 는 선분 AB 의 중점, 점 P 는 변 AC 와 DE 의 교점이다. 사각형 PCBE 의 넓이는 삼각형 PAE, PCD 의 넓이의 합과 같고, $\frac{\overline{BD}}{\overline{EB}} = k$ 일 때, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 의 값을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

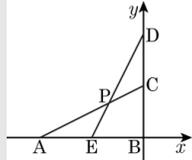


▶ 답:

▷ 정답: $\frac{k}{4}$

해설

주어진 도형을 다음 그림과 같이 점 B 가 좌표평면의 원점에 오도록 그래프를 옮기고 $\overline{AE} = \overline{EB} = a$ 라 하면



선분 \overline{ED} 의 기울기 = $\frac{\overline{BD}}{\overline{EB}} = k$ 이므로

$$\overline{BD} = ak$$

한편 $\overline{AE} = \overline{EB}$ 이므로 $\triangle PAE = \triangle PEB$

또, $\triangle PAE + \triangle PDC = \triangle PCBE$ 이므로

$$\triangle PCD = \triangle PBC$$

$$\therefore \overline{CB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}ak$$

$$\therefore \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\frac{1}{2}ak}{2a} = \frac{k}{4}$$

16. 일차함수 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 을 x 축 방향으로 4만큼 평행이동한 직선을 l 이라 하고 직선 l 과 y 축에 대하여 대칭인 직선을 m 이라 할 때, 직선 l, m 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

직선 l 은

$$\begin{aligned}y &= -\frac{3}{2}(x-4) + 3 \\ &= -\frac{3}{2}x + 9\end{aligned}$$

직선 m 은 $y = \frac{3}{2}x + 9$ 이다.

직선 l, m 은 y 절편이 모두 9이고, x 절편은 각각 6, -6이다.

$$\therefore (\text{넓이}) = (6+6) \times 9 \times \frac{1}{2} = 54$$

17. 두 일차함수 $ax + y - c = 0$, $-x + by + d = 0$ 이 수직일 때, 직선 $y = -\frac{b}{a}x + ab$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

해설

$$ax + y - c = 0 \text{ 에서 } y = -ax + c$$

$$-x + by + d = 0 \text{ 에서 } y = \frac{1}{b}x - \frac{d}{b}$$

두 그래프가 수직이므로 $-a \times \frac{1}{b} = -1$ 이다.

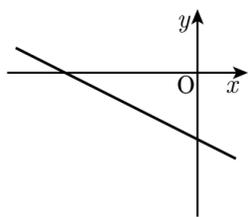
$$\therefore a = b$$

$$y = -\frac{b}{a}x + ab, y = -x + a^2 \text{ 이다.}$$

따라서 기울기 < 0 , y절편 > 0 이므로

제 3 사분면은 지나지 않는다.

18. 직선 $y = ax - \frac{b}{a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{1}{b}x + ab$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 제1, 3 사분면

해설

$$y = ax - \frac{b}{a} \text{ 에서 } a < 0, -\frac{b}{a} < 0 \text{ 이므로 } b < 0$$

$$y = \frac{1}{b}x + ab \text{ 에서 } \frac{1}{b} < 0, ab > 0 \text{ 이므로 제3 사분면을 지나지 않는다.}$$

19. x 절편이 4, y 절편이 -10 인 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = 2x - 10$ ② $y = \frac{5}{2}x - 10$ ③ $y = -10x - 5$
④ $y = -5x - 10$ ⑤ $y = -\frac{5}{2}x - 10$

해설

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-10} = 1$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}x - 10$$

20. 가스렌지 위에 올려놓은 냄비가 가스렌지의 불을 켜면 4분에 15°C씩 온도가 상승하고, 불을 끄면 4분에 3°C씩 온도가 떨어진다고 할 때, 25°C인 냄비를 가스렌지 위에 올리고 10분 동안 가열했다가 불을 끈 후 26분이 지난 냄비의 온도는? (단 냄비의 온도는 제일 처음 온도 미만으로는 떨어지지 않는다.)

- ① 25°C ② 31°C ③ 43°C ④ 52°C ⑤ 59°C

해설

4분에 15°C씩 온도가 상승하므로 1분에 $\frac{15}{4}$ °C씩 온도가 상승한다.

불을 끄면 4분에 3°C씩 온도가 떨어지므로 1분에 $\frac{3}{4}$ °C씩 온도가 떨어진다.

처음 온도가 25°C이므로 온도를 y 라 하면 $y = 25 + \frac{15}{4} \times 10 - \frac{3}{4} \times 26 = 43$ °C이다.