

1. 점 $(-2, 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여 점 $(3, -1)$ 로 옮겨질 때, 점 $(1, -3)$ 은 같은 평행이동에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(4, -5)$

② $(5, 6)$

③ $(6, -7)$

④ $(5, -7)$

⑤ $(6, 8)$

해설

점 $(-2, 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여
점 $(3, -1)$ 로 옮겨졌으므로 이 평행이동은
 x 축으로 5 만큼, y 축으로 -4 만큼 이동하는 것이다.
따라서 점 $(1, -3)$ 은 $(6, -7)$ 로 옮겨진다.

2. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,

$$2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$$

이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로

$$11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$$

3. 점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(1, -1)$

② $(2, 0)$

③ $(4, 3)$

④ $(6, 4)$

⑤ $(7, 5)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2 \cdot 3 - 2, 4)$
즉, $(4, 4)$
점 $(4, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로 2 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(4 + 2, 4)$
즉, $(6, 4)$

4. 포물선 $y = x^2 - 3x - 2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $y = x^2 + 3x - 2$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = -x^2 - 3x - 2$

④ $y = -x^2 + 3x - 2$

⑤ $y = -x^2 + 3x + 2$

해설

x 축대칭은 $y \rightarrow -y$ 를 대입하면 된다.

5. 직선 $y = -3x + 2$ 을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ (x 축) : $y = 3x - 2$

㉡ (y 축) : $y = -3x - 2$

㉢ (원점) : $y = 3x + 2$

㉣ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

㉤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

㉠ x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$

$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

㉡ y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

㉢ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

㉣ $y = x$: $y = -3x + 2 \rightarrow x = -3y + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

㉤ $y = -x$: $y = -3x + 2 \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

6. 좌표평면 위에서 원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심거리는?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ 3 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 를
직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동 시킨 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 이고,
이 원의 중심은 $(3, 1)$ 이다.
두 원의 중심거리는
두 점 $(1, 3), (3, 1)$ 사이의 거리와 같으므로
 $\sqrt{(1-3)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$

7. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면 직선 $y = mx$ 에 접한다고 한다. 이때, 이를 만족하는 모든 상수 m 의 값의 합은?

- ① $-\frac{12}{5}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(-x)^2 + y^2 - 6(-x) + 4y + 9 = 0$,
 $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$

$$\therefore (x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

이 원이 직선 $y = mx$ 에 접하므로 원의 중심

$(-3, -2)$ 에서 직선 $mx - y = 0$ 에 이르는 거리는 반지름 2 와 같다.

$$\text{즉, } \frac{|-3m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 2$$

이것을 정리하여 풀면 $m = 0$ 또는 $m = \frac{12}{5}$

따라서 모든 상수 m 의 합은 $\frac{12}{5}$

8. 두 점 A(-6, 1), B(2, 5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

두 점 A 와 B 가 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이므로

$\overline{AB}$ 의 중점 (-2, 3) 은 직선

$y = ax + b$ 위에 있다.

$$\therefore 3 = -2a + b \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB 와 직선 $y = ax + b$ 가

서로 수직이므로

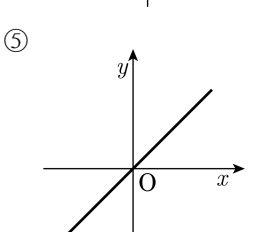
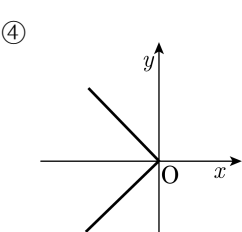
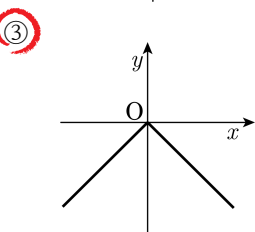
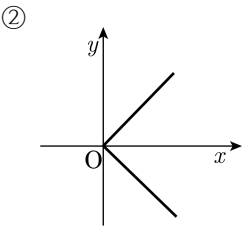
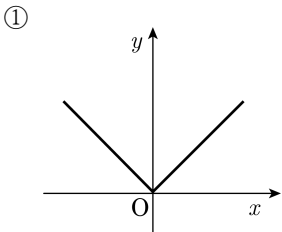
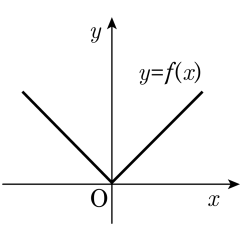
($\overline{AB}$ 의 기울기) $\times a = -1$ 에서

$$\frac{5-1}{2-(-6)} \times a = -1$$

$\therefore a = -2$ $a = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$b = -1 \therefore a + b = -3$$

9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = -f(-x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



해설

$y = -f(-x)$, 즉 $-y = f(-x)$ 는 $y = f(x)$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입한 것이므로 $y = f(x)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.
따라서, $y = -f(-x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은 ③이다.

10. 두 점 A (3, 5), B (1, 1) 이 있을 때, x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되는 점 P 의 좌표와 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① $P\left(\frac{5}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

② $P\left(\frac{2}{3}, 0\right), \sqrt{10}$

③ $P(1, 0), 2\sqrt{10}$

④ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), \sqrt{10}$

⑤ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

해설

x 축 위의 점 P 에 대하여

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되기 위해서는

세 점이 일직선상에 있어야 한다.

따라서 점 B를 x 축에 대해 대칭 이동시킨다.

이동된 점 B' (1, -1) 과 점 A 와의 거리가

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값이다.

$$\sqrt{(3-1)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

이때 점 P 의 좌표는 점 B' 와 점 A 를 지나는

직선의 방정식의 x 절편이다.

$$\text{즉 직선 AB'} : y - 5 = \frac{5 - (-1)}{3 - 1} (x - 3)$$

$$\therefore y = 3x - 4$$

따라서 점 P 의 좌표는 $P\left(\frac{4}{3}, 0\right)$