

1. 분수식 $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를 x 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x) \\ &= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y) \\ &= (z-y) \{x^2 - (z+y)x + zy\} \\ &= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x) \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1 \end{aligned}$$

2. 두 양수 m, n 에 대하여 $\frac{ma+nb}{m+n} = \frac{mb+nc}{m+n} = \frac{mc+na}{m+n} = 10$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} \frac{ma+nb}{m+n} &= \frac{mb+nc}{m+n} = \frac{mc+na}{m+n} \\ &= \frac{(ma+nb) + (mb+nc) + (mc+na)}{(m+n) + (m+n) + (m+n)} \\ &= \frac{m(a+b+c) + n(a+b+c)}{3(m+n)} \\ &= \frac{(m+n)(a+b+c)}{3(m+n)} = \frac{a+b+c}{3} \end{aligned}$$

따라서, $\frac{a+b+c}{3} = 10$ 이므로

$$a+b+c = 30$$

3. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 5$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= 1+x-1=x \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

4. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{25}{9}$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 8 ④ 16 ⑤ 34

해설

$$\begin{aligned} \frac{25}{9} &= 2 + \frac{7}{9} = 2 + \frac{1}{\frac{9}{7}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = 1, c = 3, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 8$$

5. $\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2}$ 이고, $\frac{a^2 - b^2 + c^2}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$, p, q 는 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: $p + q = 32$

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} &= k(k \neq 0) \text{로 놓으면} \\ a = 4k, b = 3k, c = 2k \\ \therefore \frac{a^2 - b^2 + c^2}{a^2 + b^2 - c^2} &= \frac{11}{21} \\ \therefore p + q &= 11 + 21 = 32 \end{aligned}$$

6. $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

- ① 3 : 2 : 5 ② 3 : 5 : -5 ③ 2 : 3 : 5
 ④ 3 : 5 : 2 ⑤ 2 : 3 : -2

해설

$$x + y - z = 2x + 3y - 2z \text{ 에서 } x + 2y = z \dots\dots\text{㉠}$$

$$x + y - z = -x - 2y + 2z \text{ 에서 } 2x + 3y = 3z \dots\dots\text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } y = -z, x = 3z$$

$$\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$$

$$= 3 : 5 : -5$$

7. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{5x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{7}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ 1

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠ - ㉡ $\times 2$ 에서 정리하면

$$y = \frac{5}{3}z$$

㉠ $\times 2$ - ㉡ 에서 정리하면

$$x = \frac{1}{3}z$$

$$\therefore x : y : z = \frac{1}{3}z : \frac{5}{3}z : z$$

$$= 1 : 5 : 3$$

$x = 1$, $y = 5$, $z = 3$ 을 대입하면

$$(\text{준식}) = \frac{5 - 5 + 25}{1 + 25 + 9} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

8. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

① $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$
 ③ $\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$
 ⑤ $\frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

② $\frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c}$
 ④ $\frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} \div \textcircled{3}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 에서 가비의 리를 이용하면

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

9. 작년엔 16만원하던 자전거와 4만원하던 헬멧이 올해는 각각 5%, 10%씩 인상되었다. 자전거와 헬멧을 한 세트로 보았을 때, 한 세트의 인상률은?

- ㉠ 6% ㉡ 7% ㉢ 7.5% ㉣ 8% ㉤ 15%

해설

지난해 자전거, 헬멧 한 세트의 가격은 $16 + 4 = 20$ 만원
올해 자전거는 $0.05 \times 16 = 0.8$, 즉 8천원 인상.

헬멧은 $0.10 \times 4 = 0.4$, 즉 4천원 인상.

한 세트에 1만 2천원 인상되었다.

따라서 전체의 인상률은 $\frac{1.2}{20} = \frac{6}{100} = 6(\%)$

10. 함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-2)+6}{x-2} = \frac{6}{x-2} + 1$ 에서
 $a = 2, b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 2 + 1 = 3$

11. 다음 분수함수의 그래프 중에서 평행이동하여 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 고르면?

① $y = \frac{x+4}{x+3}$ ② $y = \frac{x+4}{x-3}$ ③ $y = \frac{4x-4}{2x-1}$
④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{x+3}{2-x}$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } y &= \frac{x+4}{x+3} = \frac{(x+3)+1}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 1 \\ \text{② } y &= \frac{x+4}{x-3} = \frac{(x-3)+7}{x-3} = \frac{7}{x-3} + 1 \\ \text{③ } y &= \frac{4x-4}{2x-1} = \frac{2(2x-1)-2}{2x-1} = \frac{-2}{2x-1} + 2 = \frac{-1}{x-\frac{1}{2}} + 2 \\ \text{④ } y &= \frac{2x}{2x-1} = \frac{(2x-1)+1}{2x-1} = \frac{1}{2x-1} + 1 = \frac{\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{2}} + 1 \\ \text{⑤ } y &= \frac{x+3}{2-x} = \frac{-(2-x)+5}{2-x} = \frac{-5}{x-2} - 1 \end{aligned}$$

12. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로
 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m=2, 1+n=-1$ 에서 $n=-2$

$\therefore m-n=4$

13. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 1$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서 $abc = 2$

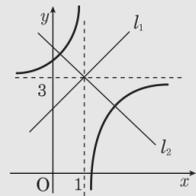
14. 함수 $y = \frac{3x-5}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, ab 의 값들을 모두 구하면?

- ① 2, -4 ② -2, 4 ③ 2, 4
 ④ -2, -4 ⑤ 3, 5

해설

$$y = \frac{3x-5}{x-1} = \frac{3(x-1)-2}{x-1} = \frac{-2}{x-1} + 3$$

따라서 위의 그림과 같이 직선 l_1, l_2 에 대하여



대칭이다.

$$l_1 : y - 3 = 1 \cdot (x - 1) \therefore y = x + 2$$

$$l_2 : y - 3 = -1 \cdot (x - 1) \therefore y = -x + 4$$

따라서 $ab = 2$ 또는 $ab = -4$

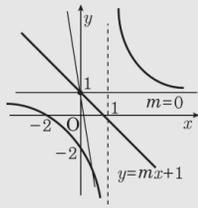
15. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

(i) 그림에서 $m = 0$ 일 때 두 그래프는 만나지 않는다.



(ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

(i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는

$$-12 < m \leq 0$$

16. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+1}{x+1998}$ 가 정의역의 임의의 x 에 대하여 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시킬 때 상수 a 의 값은? (단 $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이고 $x \neq 1998$)

- ① 1998 ② -1998 ③ 1
④ -1 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x+1998} \text{의 역함수는 } y^{-1} = \frac{-1998x+1}{x-a}$$
$$f(x) = f^{-1}(x) \text{이므로 } a = -1998$$

17. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

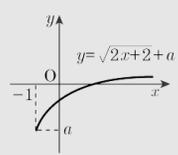
▷ 정답: -2

해설

$$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$$

주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

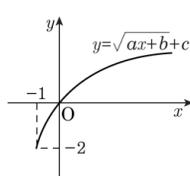
따라서 이 함수의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나려면 $x=0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.



$$\sqrt{2} + a < 0 \text{ 이므로 } a < -\sqrt{2}$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2 이다.

18. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
 평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

19. $a \leq x \leq 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x} + 1$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다. 이때, $m - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

$$\therefore a = -11$$

또한, $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$

20. $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수는?

- ① $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$ ② $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$
③ $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$ ④ $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$
⑤ $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 에서 $\sqrt{x-1} \geq 0$ 이므로 $y \geq 2$
또 양변을 제곱하면, $(y-2)^2 = x-1$
 $\therefore x = y^2 - 4y + 5 (y \geq 2)$
 x 와 y 를 바꾸면 $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$

21. 분수식 $\frac{4x}{x-1} + \frac{x^2}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1}$ 를 간단히 한 것은?

- ① $\frac{(x+2)^2}{x^2-1}$ ② $\frac{(x-2)^2}{x^2+1}$ ③ $\frac{x(x+2)^2}{x^2+1}$
④ $\frac{x(x-2)^2}{x^2+1}$ ⑤ $\frac{x(x+2)^2}{x^2-1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4x}{x-1} + \frac{x^2}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1} \\ &= \frac{4x^2 + 4x + x^3 - x^2 + x^2}{x^2-1} \\ &= \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2-1} \\ &= \frac{x(x^2 + 4x + 4)}{x^2-1} \\ &= \frac{x(x+2)^2}{x^2-1} \end{aligned}$$

22. $\frac{3x^2 - 2xy}{x^2 + xy + y^2} = 2$ 일 때, $\frac{3(x-y)}{x+y}$ 의 값을 구하면? (단, $x > y > 0$)

① $2\sqrt{6} + 3$

② $2\sqrt{6} - 3$

③ $3 - 2\sqrt{6}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $5 - 6\sqrt{2}$

해설

$$3x^2 - 2xy = 2x^2 + 2xy + 2y^2$$

$\therefore x^2 - 4xy - 2y^2 = 0$ 이 식의 양변을 y^2 으로 나누면

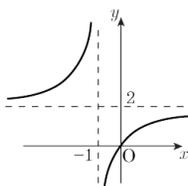
$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{y}\right) - 2 = 0$$

$\therefore \frac{x}{y} = 2 + \sqrt{6}$ ($\because x > y > 0$ 에서 $\frac{x}{y} > 1$)

$$\therefore \frac{3(x-y)}{x+y} = \frac{3\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{\frac{x}{y} + 1} = 2\sqrt{6} - 3$$

23. 함수 $y = \frac{cx+b}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

점근선이 $x = -1, y = 2$ 이므로 $y = 2 + \frac{k}{x+1}, (k \neq 0)$

점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $k = -2$

따라서 $y = 2 + \frac{-2}{x+1} = \frac{2x}{x+1}$

$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

24. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

25. 두 실수 x, y 가 $x + y = -1, xy = 2$ 을 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}i$ ② $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{2}i$ ④ $-\frac{1}{2}i$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

해설

$$x + y = -1, xy = 2 \Rightarrow x < 0, y < 0$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \quad (\because x < 0, y < 0)$$

$$= \frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{\sqrt{y}\sqrt{x}} = \frac{x + y}{-\sqrt{xy}} = \frac{-1}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

26. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
 ④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\ \Rightarrow x^2 &= \frac{3}{2} + x \\ \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \\ x &= \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

27. $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ 일 때 $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 6}{x^4 + 2x^3 + 2x + 9}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 에서} \\x + 1 &= \sqrt{2} \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \\ \text{분자} &: x^3 + x^2 - 3x + 6 \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x - 1) + 5 = 5 \\ \text{분모} &: x^4 + 2x^3 + 2x + 9 \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 1) + 10 = 10 \\ \therefore \text{준식} &= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

28. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

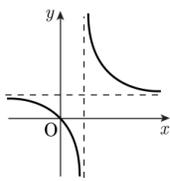
해설

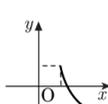
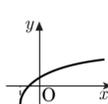
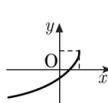
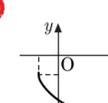
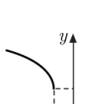
$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

29. 다음 그림은 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

해설

점근선이 $x = \text{양수}$, $y = \text{양수}$ 이므로

$$y = \frac{b}{x+a} + c \text{에서 } a < 0, c > 0$$

그리고 원점을 지나므로

$$\frac{b}{a} + c = 0, b = -ac > 0$$

$$\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$$

꼭짓점 $(-\frac{c}{b}, a)$, $(-\frac{c}{b} < 0, a < 0)$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

30. $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ 일 때 $f^{1999}(0)$ 의 값은? (단 $f^2(x) = (f \circ f)(x), \dots, f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$)

- ① $\frac{3}{2}$ ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$f(0) = 3,$$

$$f^2(0) = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}, f^3(0) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\therefore f^{3n}(0) = 0$$

$$1999 = 666 \times 3 + 1$$

$$\therefore f^{1999}(0) = f(0) = 3$$

31. 다음 식의 분모를 0으로 하지 않는 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\frac{4}{x^2-1} + \frac{8}{x^2-4} + \frac{12}{x^2-9} + \cdots + \frac{40}{x^2-100}$$
$$= k \left\{ \frac{1}{(x-1)(x+10)} + \frac{1}{(x-2)(x+9)} + \cdots + \frac{1}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

이 항상 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 22$

해설

(주어진 식)

$$= 2 \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + 2 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$$
$$+ \cdots + 2 \left(\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+10} \right)$$
$$= 2 \left\{ \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+10} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+9} \right) \right.$$
$$\left. + \cdots + \left(\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+1} \right) \right\}$$
$$= 2 \left\{ \frac{11}{(x-1)(x+10)} + \frac{11}{(x-2)(x+9)} \right.$$
$$\left. + \cdots + \frac{11}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

$\therefore k = 22$