

1. 방정식 $3x^2 + 2x = x^2 - x + 4$ 를 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = x^2 - x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

2. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

3. 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

4. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

5. 이차방정식 $(x-3)^2 = 4x$ 와 공통인 해를 갖는 방정식은?

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 - 10x = 9$

④ $x^2 + 10x + 9 = 0$

⑤ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

해설

$$(x-3)^2 = 4x$$

$$x^2 - 6x + 9 - 4x = 0$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x-1)(x-9) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 9$$

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

6. 이차방정식 $-(x+4)^2 + 8 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$-(x+4)^2 + 8 = 0$ 에서 $(x+4)^2 = 8$ 이므로

$$x+4 = \pm\sqrt{8}, x = -4 \pm 2\sqrt{2}$$

따라서 $a = -4 + 2\sqrt{2}, b = -4 - 2\sqrt{2}$

$$\therefore a+b = -4 + 2\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2} = -8$$

7. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 1$$

8. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$$x = 2 \pm \sqrt{7} \text{ 이므로 } a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$$

9. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

① $-2 \pm 2\sqrt{10}$

② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$

④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$

⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

10. 이차방정식 $x^2 - (k + 2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -8

③ -2

④ 4

⑤ 8

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $D = 0$

$$(k + 2)^2 - 16 = 0 \quad \therefore k = 2, -6$$

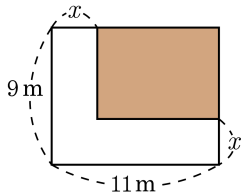
두 근이 2와 -6인 이차방정식은

$$(x - 2)(x + 6) = 0, \quad x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore a = 4, \quad b = -12$$

$$\therefore a + b = 4 + (-12) = -8$$

11. 가로, 세로의 길이가 각각 11m, 9m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m

해설

$$(11 - x)(9 - x) = 48$$

$$x^2 - 20x + 51 = 0$$

$$(x - 3)(x - 17) = 0$$

$$x < 9 \text{ 이므로 } x = 3(\text{m})$$

12. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$$

$$4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

13. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{ 를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누면 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 이므로

$$16 + 12a - 4a = 0$$

$$8a = -16,$$

$$a = -2$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2$ 이다.

15. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

16. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$4x^2 - 8x + a = 0$$

$$4(x^2 - 2x) = -a$$

$$4(x^2 - 2x + 1) = -a + 4$$

$$4(x - 1)^2 = -a + 4$$

$$-a + 4 = 0$$

$$\therefore a = 4$$

17. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 음수 k 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

$$\therefore k = 5 \text{ 또는 } k = -1$$

18. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라. (단, k, m 은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$2(x+k)^2 = m, (x+k)^2 = \frac{m}{2}$$

$$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore k = -4, m = 10$$

$$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$$

19. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12

② 0

③ -3

④ -5

⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

20. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

21. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x-1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

22. $(x^2 + y^2 - 3)(x^2 + y^2 + 1) - 5 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$$(A - 3)(A + 1) - 5 = 0$$

$$A^2 - 2A - 8 = 0$$

$$(A + 2)(A - 4) = 0$$

$$A = -2 \text{ 또는 } A = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 4 \quad (\because x^2 \geq 0, y^2 \geq 0)$$

23. 어떤 양수를 제공해야 할 것을 잘못하여 7배 하였더니 제공한 것보다 18이 작아졌다고 한다. 원래의 수는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

원래의 수를 x 라 하면 $x^2 - 18 = 7x$

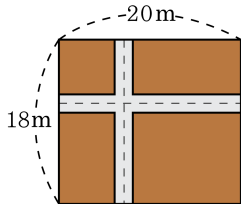
$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$(x - 9)(x + 2) = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore x = 9 (x > 0)$$

24. 가로, 세로가 각각 20 m, 18 m 인 땅에 폭이 일정한 십자형의 도로를 만들려고 한다. 도로를 제외한 땅의 넓이가 288 m^2 이면 도로의 폭은 얼마인가?



① 1 m

② 2 m

③ 3 m

④ 4 m

⑤ 5 m

해설

도로의 폭을 $x \text{ m}$ 라 하면

$$(20 - x)(18 - x) = 288$$

$$x^2 - 38x + 72 = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 36$$

$$0 < x < 18 \text{ 이므로 } x = 2$$

25. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2 + y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ 이다.

26. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

27. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

28. 선물 가게에 원가가 1500원인 물건이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $10a\%$ 를 받고 팔았더니 204원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

원가 : 1500원

정가 : $1500 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1500 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{10a}{100} + 204 = 1500$$

$$150a + \frac{3}{2}a^2 + 204 = 1500$$

$$a^2 + 100a - 864 = 0$$

$$(a + 108)(a - 8) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 8$$

29. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,

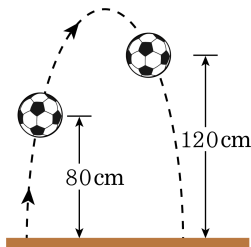
$$x(x - 6) = 91 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x - 91 = 0$$

$$(x + 7)(x - 13) = 0$$

따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

30. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 120 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

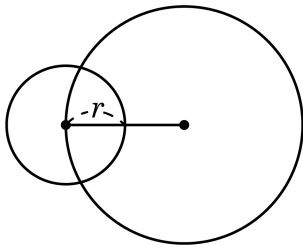
$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m 인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

31. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

32. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

33. 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 의 한 근 p 가 $1 - \frac{2}{p^2} + \frac{a}{p} + \frac{2}{p} = 0$ 을 만족할 때, ap 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = p$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$p^2 + ap + 2 = 0, p^2 + ap = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$1 - \frac{2}{p^2} + \frac{a}{p} + \frac{2}{p} = 0$ 의 양변에 p^2 을 곱하면

$$p^2 - 2 + ap + 2p = 0, p^2 + ap = 2 - 2p \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -2 = 2 - 2p \quad \therefore p = 2$$

$p = 2$ 를 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore ap = (-3) \times 2 = -6$$

34. 이차방정식 $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2 - 3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 + \sqrt{33}$

해설

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x} \text{ 의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면}$$

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

$$\alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$

35. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

처음 원의 반지름 : r

늘인 원의 반지름 : $r + 3$

$$\pi(r + 3)^2 = 4\pi r^2$$

$$r^2 + 6r + 9 = 4r^2$$

$$3r^2 - 6r - 9 = 0$$

$$r^2 - 2r - 3 = 0$$

$$(r - 3)(r + 1) = 0$$

$$\therefore r = 3 \text{ cm } (r > 0 \text{ 이므로})$$