

1. 등식 $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 0$ ② $a = -1, b = 2$ ③ $a = 1, b = -2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, \quad -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

2. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)
- ① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$
 - ② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$
 - ③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$
 - ④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$
 - ⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$
$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$ 을 계산하면?

- ① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} (3\sqrt{2}i - 6\sqrt{2}i + 4\sqrt{2}i) \\&= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\&= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (3x + 1)(x - 1) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1 \\ \therefore 3A + B &= 0 \end{aligned}$$

5. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$\therefore a = -2$

$2 - (-3) = b$

$\therefore b = 5$

$\therefore a + b = 3$

6. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$\begin{aligned} |x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2 \\ \therefore -1 < x < 3 \end{aligned}$$

7. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

8. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

9. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\&= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

10. $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^2 - 2z + 3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1

해설

$$z = \frac{2}{1+i} = 1-i$$

$$z^2 - 2z + 3 = (1-i)^2 - 2(1-i) + 3 = 1$$

11. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

① 3

② 4

③ -1

④ 0

⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

12. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

13. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

- ① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3
- ④ -2, -1±√2i ⑤ 2, -1±√2i

해설

준식= $x(x^2-1)-6=x^3-x-6=0$

2	1	0	-1	-6
		2	4	6
	1	2	3	0

$(x-2)(x^2+2x+3)=0$
∴ $x=2, -1±\sqrt{2}i$

14. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $a < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,

판별식이 0보다 작아야 한다

$D = k^2 + 4k < 0$ 에서

$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$

$\alpha = -4, \beta = 0$

$\therefore \alpha + \beta = -4$

15. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \\ & 4[(x+y)(x-y)]^n = 4 \times 3^n \\ & 4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n \\ & \therefore x^2 - y^2 = 3 \end{aligned}$$

16. 임의의 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = a^2 - ab + b^2$ 라 할 때, $(x^2\Delta x) + (2x\Delta x) - (x\Delta 1) - 3$ 을 인수분해하면?

- ㉠ $(x-1)(x+1)(x^2-x+4)$ ㉡ $(x-2)(x+1)(x^2-x+4)$
㉢ $(x-1)(x+2)(x^2-x+2)$ ㉣ $(x-1)(x+1)(x+2)^2$
㉤ $(x-2)(x+1)(x+2)^2$

해설

$$\begin{aligned}x^2\Delta x &= x^4 - x^3 + x^2 \\2x\Delta x &= 4x^2 - 2x^2 + x^2 = 3x^2 \\x\Delta 1 &= x^2 - x + 1 \text{ 이므로} \\ \text{준식} &= x^4 - x^3 + x^2 + 3x^2 - x^2 + x - 1 - 3 \\&= x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 4 \\&= (x-1)(x+1)(x^2-x+4)\end{aligned}$$

17. 세 다항식 $x^2 + ax - 4$, $ax^2 - bx - 2$, $2x^2 - ax + b$ 의 최대 공약수가 $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하면?

① $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)$

② $(x - 1)(x + 4)(2x - 1)$

③ $(x + 4)(2x - 1)$

④ $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)(2x - 1)$

⑤ $(x - 1)(x - 4)(3x + 2)(2x + 1)$

해설

나머지 정리를 이용하면 $f(1) = 0$

$$1 + a - 4 = 0, \quad a - b - 2 = 0, \quad 2 - a + b = 0$$

연립하여 풀면, $a = 3$, $b = 1$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$3x^2 - x - 2 = (x - 1)(3x + 2)$$

$$2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)(2x - 1)$$

따라서 최소공배수 = $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)(2x - 1)$

18. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 한다. $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과계수와 관계로부터
 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -1$

2와 -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - (2 - 1)x + 2 \cdot (-1) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + ax + b = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ 에 두 근이 모두 음수가 되게 하는 실수 k 의 값의 범위를 정하면 ?

① $k \geq 3$

② $-\frac{3}{2} < k \leq -1$

③ $k < -\frac{3}{2}$

④ $\frac{3}{2} < k \leq 2$

⑤ $k < \frac{3}{2}$

해설

두 근이 모두 음수이면

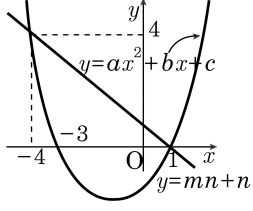
① $D/4 \geq 0$ 에서 $k \leq -1, k \geq 3$

② 두 근의 합 $2k < 0, k < 0$

③ 두 근의 곱 $k > -\frac{3}{2}$

따라서 $-\frac{3}{2} < k \leq -1$

20. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

- ㉠ 연립방정식
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases}$$
 의 해는 $x = -4, y = 4$ 와 $x = 1, y = 0$ 이다.
- ㉡ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$ 이다.
- ㉢ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 $-4 \leq x \leq 1$ 이다.
- ㉣ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a = 1$ 이다.
- ㉤ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)

㉡ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$

㉢, ㉤ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식을 구하면

$$y = \left(\frac{4 - 0}{-4 - 1} \right)(x + 4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면

$$\begin{aligned} ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} &= a(x + 4)(x - 1) \\ &= ax^2 + 3ax - 4a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$

그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$9a - 3b + c = 0$$

$$\text{위의 세 식을 연립하면 } a = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ : 참

