

1. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$ 에 대하여 $A - B$ 의 계산결과로 맞는 식은?

① $2x - 3y - 1$

② $4x + y - 1$

③ $2x + 3y + 3$

④ $4x - 3y + 3$

⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

2. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3

② ab^2c^4

③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$

⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a , b^2 , c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

4. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6 + (-4) = 2$

5. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-6 \leq 3x \leq 9$, $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$
따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7 이므로 두 값의 합은 1이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 \geq -10 \\ 6-x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6-x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x-2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a+b &= -2+3=1 \end{aligned}$$

7. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

8. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z)z - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

9. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x-1$

② $-2x+1$

③ 3

④ -3

⑤ $x+1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 27 - 9 = 18$$

11. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$y = -x^2 + 6x + 5$$

$$= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$$

$$y = 2x^2 - 12x - 4$$

$$= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

12. 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 모든 해의 총합은?

① $-2\sqrt{2}i$

② $\sqrt{2}i$

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

(준식) $= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 2x + 3) = 0$

실근의 합은 $1 + (-1) = 0$

허근의 합은 -2

모든 근의 합은 -2

13. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 1 - \sqrt{2}$ ② $a \leq 1$ ③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$
④ $0 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$ 또는 $a \geq 1 + \sqrt{2}$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

∴ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

15. x 에 관한 이차방정식 $3(x-1)(x-m)-x(7-m^2)=4-m^2$ 의 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 다를 때, 실수 m 의 값은?

① 5 ② 2 ③ -5 ④ -2 ⑤ 1

해설

$$3x^2 + (m^2 - 3m - 10)x + m^2 + 3m - 4 = 0 \text{의}$$

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{3}(m^2 - 3m - 10) = 0,$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{3}(m^2 + 3m - 4) < 0$$

$$(m-5)(m+2) = 0 \quad \therefore m = 5, -2$$

$$(m+4)(m-1) < 0 \quad \therefore -4 < m < 1$$

$$\therefore m = -2$$

16. x 에 대한 다항식 $(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) - 4$ 를 계수가 실수인 범위에서 인수분해 하였을 때, 모든 인수들의 합은?

① $x^2 - 2$

② $x^2 + 2$

③ $x^2 - 4x + 2\sqrt{2} - 4$

④ $x^2 + 4x + 2\sqrt{2}$

⑤ $4x - 4$

해설

$x^2 - 2x = t$ 로 치환할 때,

$$t^2 + 3t - 4$$

$$= (t + 4)(t - 1)$$

$$= (x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x - 1)$$

$$= (x^2 - 2x + 4)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$$

$$(\because x^2 - 2x + 4 \text{의 } \frac{D}{4})$$

인수의 합은

$$(x^2 - 2x + 4) + (x - 1 - \sqrt{2}) + (x - 1 + \sqrt{2}) = x^2 + 2$$

17. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는 x 축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = 3k + 2$

잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$

이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$

$k^2 - 12k - 17 = 0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 12이다.

18. 직선 $y = ax + 1$ 이 두 이차함수 $y = x^2 + x + 2$, $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프와 모두 만나지 않도록 상수 a 의 값의 범위를 정하면 $\alpha < a < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선과 이차함수를 연립하여 판별식이
0 보다 작으면 직선과 이차함수가 만나지 않는다.

$$\begin{aligned} 1) \quad & ax + 1 = x^2 + x + 2 & 2) \quad & ax + 1 = -x^2 + 4x \\ \Rightarrow & x^2 + (1-a)x + 1 = 0 & \Rightarrow & x^2 + (a-4)x + 1 = 0 \\ D = & (a-1)^2 - 4 < 0 & D = & (a-4)^2 - 4 < 0 \\ \Rightarrow & -1 < a < 3 & \Rightarrow & 2 < a < 6 \end{aligned}$$

$\therefore$ 1), 2) 의 공통 해 : $2 < a < 3$

$\therefore \alpha + \beta = 5$

19. 이차함수 $y = x^2 + 4ax + 1$ 에서 $x = 4$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다.
 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② -17 ③ 17 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 4ax + 1 = (x + 2a)^2 - 4a^2 + 1$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값 b 를 가지므로

$$-2a = 4, -4a^2 + 1 = b$$

$$a = -2, b = -15$$

$$\therefore a + b = -2 - 15 = -17$$

20. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0 \end{cases}$

을 만족하는 정수가 -3 한 개뿐일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-3 < a \leq 3$ ② $-3 < a \leq 2$ ③ $-2 < a \leq 7$
 ④ $0 < a \leq 7$ ⑤ $7 < a \leq 10$

해설

$x^2 - 4 > 0$ 에서
 $(x + 2)(x - 2) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 2 \cdots \textcircled{㉠}$
 $2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0$ 에서
 $(2x + 7)(x - a) \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 동시에 만족하는 정수가
 -3 뿐이어야 하므로
 a 가 취할 수 있는 범위는 $-3 < a \leq 3$ 이다.