

1. $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2, B = 4x^2 - 5xy + y^2, C = -x^2 + 4y^2$ 일 때,
 $2A - \{B - (2C - 3A)\}$ 를 간단히 하면?

- ① $8x^2 + 30xy - 24y^2$ ② $8x^2 - 30xy - 24y^2$
③ $-8x^2 + 30xy - 24y^2$ ④ $\textcircled{4} -8x^2 + 10y^2$
⑤ $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned}2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\&= -A - B + 2C \\&= -8x^2 + 10y^2\end{aligned}$$

2. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)\boxed{\quad}$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

- ① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$
④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & 1 & 1 & -8 & -12 \\ & & 3 & 12 & 12 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ & & -2 & -4 & \\ \hline -2 & 1 & 2 & 0 & \\ & & -2 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \boxed{\quad} = (x+2)^2$$

3. $\sqrt{(-1)^2 + i^2} - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ - i ⑤ i

해설

(준식)= $1 - 1 + i = i$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\overline{i-2} = i+2$ ② $\overline{2i} = -2i$
③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$ ④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$
⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켤레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

5. x 에 대한 차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

- ① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀어라.

- ① $-2 < x \leq 1$ ② $1 < x \leq 2$ ③ $-1 \leq x < 2$
④ $1 < x < 2$ ⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 6 \leq x - 2 \\ x > -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

7. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ \diamond x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면
 $(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$
 x, y, z 에 대한 항등식이므로
 $a = b, a + b - c = 0, c = 4$
 $\therefore a = b = 2, c = 4$
 $\therefore abc = 16$

8. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 2, \quad \alpha\beta = \frac{4}{3} \\ \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2 = 0\end{aligned}$$

9. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

- ① $y = x^2 + x - 1$ ② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$
③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$ ④ $y = -x^2 - 2x + 1$
⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

10. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x - 2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x - 2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x + 2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x + 2)^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x + 2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.

이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x + 2)^2 + 3$$

11. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 졸레복소수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 를 ω 라 하면

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

12. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

- ① $a = -1$ ② $a = 1$
③ $a = \pm 1$ ④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수
⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

13. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a > -3$ 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 < a < 3$ ② $-2 < a < 4$ ③ $\textcircled{3} -2 < a < 6$
④ $2 < a < 4$ ⑤ $2 < a < 6$

해설

$$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하려면

이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을

D 라 할 때,

$D < 0$ 이어야 하므로

$$D = a^2 - 4(a + 3) < 0$$

$$a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < a < 6$$

14. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 0$ ② $-1 < a < 3$ ③ $0 \leq a \leq 3$
④ $-1 < a < 4$ ⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.
(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$
 $\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

15. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① a ② $2a - 5b$
③ $2a(2a - 5b)$ ④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$
⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

16. 이차항의 계수가 1인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 1$ 이고,
최소공배수가 $x^3 - 3x - 2$ 일 때, $A + B$ 를 구하면?

- ① $(x - 1)(x + 1)$ ② $(x - 1)(2x + 1)$
③ $(x - 1)(2x - 1)$ ④ $(x + 1)(2x - 1)$
⑤ $(x + 1)(2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned} A &= Ga, \quad B = Gb \quad (a, b \text{는 서로소}), \quad L = Gab \\ L &= x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x^2 - x - 2) \\ &= (x + 1)(x - 2)(x + 1) \\ A + B &= (x + 1)(x + 1) + (x + 1)(x - 2) \\ &= (x + 1)(x + 1 + x - 2) = (x + 1)(2x - 1) \end{aligned}$$

17. x^2 의 계수가 1인 두 다항식 A , B 에 대해 두 다항식의 곱 \circ $(x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가 $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$AB = LG = (x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$$

$$L = (x-1)^2(x+5) \text{ 이므로 } G=x-1$$

따라서 x^2 의 계수가 1인 두 다항식은

각각 $(x-1)^2$, $(x-1)(x+5)$ 이다.

18. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$ 라 할 때 $\frac{AB \star B^2}{A \star B}$ 를 간단히 하면?

- ① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

$A \star B = G$ 라 하면, $A = aG, B = bG$ 이고, a, b 는 서로소이다.

$$\frac{AB \star B^2}{A \star B} = \frac{abG^2 \star b^2 G^2}{G} = \frac{bG^2}{G} = bG = B$$

19. 두 함수 $y = x^2 - 2kx + 4k$, $y = 2kx - 3$ 의 그래프에 대하여 이차함수의 그래프가 직선보다 항상 위쪽에 있도록 k 의 값의 범위를 정하면?

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \quad -\frac{7}{9} < k < -\frac{11}{6} & \textcircled{2} \quad -\frac{1}{4} < k < -\frac{6}{5} & \textcircled{3} \quad -\frac{1}{3} < k < 0 \\ \textcircled{4} \quad -\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2} & \textcircled{5} \quad -\frac{1}{2} < k < \frac{7}{5} & \end{array}$$

해설

함수 $y = x^2 - 2kx + 4k$ 의 그래프가 직선 $y = 2kx - 3$ 보다 항상 위쪽에 있으려면

$$y = x^2 - 2kx + 4k > 2kx - 3,$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4kx + 4k + 3 > 0 \text{ 이 항상 성립해야 한다.}$$

이 때, 이 부등식이 항상 성립하려면 그림과 같이 $y = x^2 - 4kx + 4k + 3$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있어야 하므로



$$\frac{D}{4} = 4k^2 - 4k - 3 < 0, \quad (2k+1)(2k-3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$$

20. x 가 1, 3, 5, 7, 9이고, 세 부등식 A 가 $x > 2$, B 가 $x - 5 < 3$, C 가 $-x + 1 \geq -2$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 부등식 B 와 C 의 공통해는 부등식 A 의 해이다.
② 부등식 C 의 해는 부등식 A 의 해와 부등식 B 의 해이다.
③ 부등식 B 에서 C 를 제외한 수는 부등식 A 의 해이다.
④ A, B, C 의 공통해는 존재한다.

- ⑤ B 와 C 의 공통해는 A 의 해와 같다.

해설

A 는 3, 5, 7, 9 B 는 $x - 5 < 3, x < 8$ 이므로 1, 3, 5, 7 C 는 $-x + 1 \geq -2, x \leq 3$ 이므로 1, 3

① B 와 C 의 공통해는 1, 3이므로 B 와 C 의 공통해는 A 의 해가 아니다.

⑤ B 와 C 의 공통해는 C 의 해이다.