

1. 세 점 $(0, 2)$, $(3, 8)$, $(a, 3a)$ 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

세 점 $A(0, 2)$, $B(3, 8)$, $C(a, 3a)$ 로 놓으면

직선 AB의 기울기 : $\frac{8-2}{3-0} = 2$

직선 BC의 기울기 : $\frac{3a-8}{a-3}$

한편, 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 서로 같다.

$$\frac{3a-8}{a-3} = 2, \quad 3a-8 = 2a-6$$

$$\therefore a = 2$$

2. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠},$$

$$3x + bx + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} \perp \textcircled{㉡} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{에서 } ab = -3$$

$$\textcircled{㉠} \parallel \textcircled{㉢} : \frac{1}{1} = \frac{-(b+3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{에서 } a + b = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

3. 좌표평면 위의 점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ 5

해설

점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리 d 는

$$\therefore d = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$

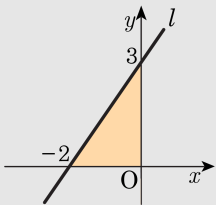
4. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

5. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = mx$ 가 이등분할 때, m 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① $\frac{b}{a}$

② $\frac{a}{b}$

③ $\frac{b}{2a}$

④ $\frac{a}{2b}$

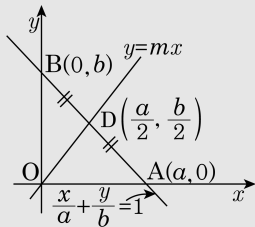
⑤ $\frac{2a}{b}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 중점을 $D\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 라 하면

$\triangle OAD = \triangle OBD$ 이므로 직선 $y = mx$ 가 점 D 를 지나야 한다.

$$\therefore m = \frac{\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{b}{a}$$



6. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

7. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$

8. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

9. 두 직선 $3x + 4y = 12$, $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$3x + 4y = 12$ 위의 임의의 한 점을 잡는다.

$(4, 0)$ 과 $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 구한다.

$$\therefore \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 0 - 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

10. (a, b) 가 직선 $x + y = 1$ 위를 움직이는 점이라 할 때 직선 $ax + by = 1$ 은 정점을 지난다. 그 정점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 0)$

③ $(0, 1)$

④ $(-1, -1)$

⑤ $(-1, 0)$

해설

점 (a, b) 가 $x + y - 1 = 0$ 위의 점이므로

$a + b - 1 = 0$ 에서 $b = 1 - a$

이때, $ax + by - 1 = ax + (1 - a)y - 1 = 0$

$\rightarrow (x - y)a + y - 1 = 0$

$\therefore x - y = 0, y - 1 = 0$

즉 $x = y, y = 1$

따라서 구하려는 정점은 $(1, 1)$ 이다.