

1. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

- ① $8 < x < \frac{37}{3}$ ② $8 < x < \frac{40}{3}$ ③ $9 < x < \frac{37}{3}$
④ $9 < x < \frac{40}{3}$ ⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. ‘어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.’를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, ‘어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다’를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$$
 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

2. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

3. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x+7)(x-5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 4x - 5 \leq 0 \iff (x+1)(x-5) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 5 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \iff 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\iff (2x+1)(x-3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3개다.

5. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면

방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

7. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

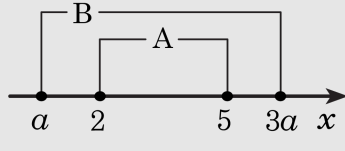
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

8. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$1 \leq -x \leq 2$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$\therefore p=3, q=4$

$\therefore pq=12$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-5) \leq 18 \\ 2(7+2x) > 3x+12 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수를 A

라하고, 소수의 개수를 B 라고 할 때 $A-B$ 는 얼마인가?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$3(x-5) \leq 18, \quad x \leq 11$$

$$2(7+2x) > 3x+12$$

$$14+4x > 3x+12, \quad x > -2$$

따라서, 해는 $-2 < x \leq 11$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 11

개이고 소수는 5 개이다.

$$\therefore A-B=6$$

10. 다음 연립부등식의 해를 $a < x \leq b$ 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x + 1 > -5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4} - 3 \end{cases}$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$$2x + 1 > -5$$

$$2x > -5 - 1$$

$$2x > -6$$

$$\therefore x > -3$$

$$\frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4} - 3$$

$$2(x-5) \leq x-12$$

$$2x-10 \leq x-12$$

$$2x-x \leq -12+10$$

$$\therefore x \leq -2$$

따라서 $-3 < x \leq -2$ 에서 $a = -3$, $b = -2$ 이므로 $ab = 6$ 이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} -\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq -2.5 \\ ax + 4 \geq x \end{cases}$ 의 해가 $x = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$-\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq -2.5$$

$$x + \frac{1}{2} \geq \frac{5}{2}$$

$$x \geq 2$$

해가 $x = 2$ 이기 위해서는 다음 부등식의 해는 $x \leq 2$ 이어야 하므로

$$ax + 4 \geq x$$

$$(a - 1)x \geq -4$$

$$x \leq \frac{-4}{a - 1}$$

$$\frac{-4}{a - 1} = 2$$

$$-4 = 2a - 2$$

$$-2a = 2$$

$$\therefore a = -1$$

12. 다음 연립부등식의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

$$\begin{cases} 3x - 8 < 5x + 2 \\ 2x - 3 \leq x + a \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \leq -8$

해설

$3x - 5x < 2 + 8$
 $-2x < 10$ 에서
 $x > -5$
 $2x - x \leq a + 3$ 에서
 $x \leq a + 3$
 $a + 3 \leq -5$ 이어야 해가 없다.
 $\therefore a \leq -8$

13. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)
i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq 3$
ii) $a > b$ 이면
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$, $x \geq 3$

14. 부등식 $x^2 - |x| - 12 \geq 0$ 을 풀면?

① $x \leq -4$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -4$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 3$

④ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 4$

⑤ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 5$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

주어진 부등식은 $x^2 - x - 12 \geq 0$, $(x + 3)(x - 4) \geq 0$

$\therefore x \leq -3$ 또는 $x \geq 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

이 때, $x \geq 0$ 과 $\textcircled{\text{㉠}}$ 의 공통 범위를 구하면 다음 수직선에서 $x \geq 4$

(ii) $x < 0$ 일 때, $x^2 + x - 12 \geq 0$, $(x + 4)(x - 3) \geq 0$

$\therefore x \leq -4$ 또는 $x \geq 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

이 때, $x < 0$ 과 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면 $x \leq -4$

따라서, $x \leq -4$ 또는 $x \geq 4$

15. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$

$\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - 2k + 3 = 0$ 이 두 실근을 가지도록 실수 k 의 값의 범위를 정하면?

- ① $k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$ ② $-3 \leq k \leq 1$
③ $k = -3$ 또는 $k = 1$ ④ $k < -3$ 또는 $k > 1$
⑤ $-3 < k < 1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은
서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로
 $D' = k^2 - (-2k + 3) \geq 0$
 $k^2 + 2k - 3 \geq 0$
 $(k + 3)(k - 1) \geq 0$
 $\therefore k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$

17. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 35 cm^2 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 15 cm ⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.

$a(12 - a) \geq 35$ 에서 $(a - 5)(a - 7) \leq 0$

$\therefore 5 \leq a \leq 7$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

18. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

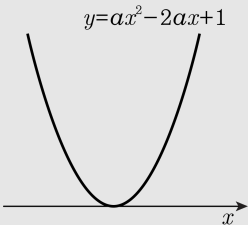
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

19. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$