1. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2,\ B = 3x^2 - 2x + 1,\ C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여
$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$
② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$
④ $-3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$
$= -2A + 5B - 4C$
$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$
$= -3x^2 - 24x + 21$

2. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$

$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$

$\therefore$ 6차 다항식

3. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$를 $x^2 + x + 1$로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
$\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$이 되는 x값을 대입한다.
$x^2 + x + 1 = 0$에서 $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$, $x^3 - 1 = 0$
$\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1$, $x^2 = -x - 1$을 대입하면
$2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0$, $a - 3 = 0$
$\therefore\ a = 3$

4. x^3+x^2+2를 다항식 x^2+2x-1로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$라 할 때, $Q(x)+R(x)$의 값은?

① $2x-3$　② $2x$　③ $3x+2$

④ $4x$　⑤ $4x+1$

해설

x^3+x^2+2를 x^2+2x-1로 직접 나누면

$Q(x)=x-1$, $R(x)=3x+1$

$\therefore\ Q(x)+R(x)=4x$

5. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3+4x^2+3x-2)\div(\square x^2+\square x+\square)=x+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\square x^2+\square x+\square=A$ 라 하면
$(x^3+4x^2+3x-2)\div A=x+2$
$\therefore\ A=(x^3+4x^2+3x-2)\div(x+2)$
$\therefore\ A=x^2+2x-1$ 이므로
$\square$ 안에 알맞은 수는 차례대로 $1,\ 2,\ -1$ 이다.

6. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 14 ⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.
$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$
좌변을 $2x - 1$ 로 나누면
$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$
$\therefore\ B = x^2 - 3x + 2$

7. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$을 곱하면,

$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots ①$

$x^2 - x + 1 = 0$를 x로 나누어 정리한다.

$x + \frac{1}{x} = 1$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$

① 에 대입하면, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$

8. 상수 a, b에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a+b$의 값은?

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+3}=\frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$을 곱하면,
$a(x+3)+b(x-1)=6(x+1)$
$(a+b)x+(3a-b)=6x+6$
$\therefore\ a+b=6,\ 3a-b=6$
두 식을 연립하여 풀면,
$a=3,\ b=6-a=3$
$\therefore\ 2a+b=2\times 3+3=9$

9. 등식 $2x^2-3x-1=a(x-1)(x-2)+bx(x-1)+cx(x-2)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$ 대입, $a=-\frac{1}{2}$

$x=2$ 대입, $b=\frac{1}{2}$

$x=1$ 대입, $c=2$

$\therefore\ a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2=2$

10. $f(x)$가 x의 다항식일 때, $(x^2-2)(x^4+1)f(x)=x^8+ax^4+b$가 x에 대한 항등식이 될 때, $2a-b$의 값을 구하면?

① -6　② -5　③ -4　④ -3　⑤ -2

해설

준 식의 양변에

$x^2=2$를 대입하면 $4a+b=-16$

$x^4=-1$을 대입하면 $-a+b=-1$

$\therefore\ a=-3,\ b=-4$

$\therefore\ 2a-b=-2$

11. x에 관계없이 $\dfrac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\dfrac{x-a}{2x-b} = k$라 놓으면,

$(2k-1)x + (a-bk) = 0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k = \dfrac{1}{2},\ a = \dfrac{1}{2}b$이다.

$\therefore \dfrac{b}{a} = 2$

12. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1\neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

13. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 $(x-1)^2$을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$이 되도록 상수 $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로
x^3+ax^2+bx+3
$=(x-1)^2(x+k)+2x+1$
$=x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$
양변의 계수를 비교하면
$a=k-2,\ b=3-2k,\ 3=k+1$
$k=2$이므로 $a=0,\ b=-1$
$\therefore\ a-b=0-(-1)=1$

14. 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때 $f(x)$를 $\frac{g(x)}{n}$로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$
② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$
④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots ㉠$

$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots ㉡$

㉠ 에서 $f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x)$,

$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x),\ R'(x) = R(x)$

$\therefore\ Q'(x) = n \cdot Q(x),\ R'(x) = R(x)$

15. 다항식 $(x^3+x^2-2x-1)^5$을 전개한 식이 $a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$일 때, $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x^3+x^2-2x-1)^5$
$=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$
양변에 $x=-1$을 대입하면
$(-1+1+2-1)^5=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}=1$

16. x^3의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$가 $x-1$을 인수로 갖고, x^2+2로 나누었을 때의 나머지는 $x+5$이다. 이 때, $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는?

① -1　② 1　③ 3　④ 5　⑤ 7

해설

x^3의 계수가 1이므로

$f(x)=(x^2+2)(x+\alpha)+x+5\cdots$①

$x-1$의 인수를 가지므로, $f(1)=0$

① 에 넣어 계산하면,

$f(1)=3(1+\alpha)+6=0,\ \alpha=-3$

$\therefore\ f(2)=(2^2+2)(2-3)+2+5=1$

17. 삼차식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$는 $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 6$을 만족한다. $f(x)$를 $x - 4$로 나누었을 때 나머지는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 2

해설

$f(1) = 1 + a + b + c = 2$
$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 4$
$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 6$
세 식을 연립하면,
$a = -6, b = 13, c = -6$
$\therefore\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 6$
$\therefore\ f(4) = 64 + 16 \times (-6) + 4 \times 13 - 6 = 14$

18. 다항식 $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값은?

① $2f(1)-f(2)$ ② $2\{f(1)+f(2)\}$

③ $2(1)+f(2)$ ④ $4\{f(1)+f(2)\}$

⑤ $4\{f(1)-f(2)\}$

해설

$$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$
$$=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

$R(x)=ax+b,\ R(0)=b$

$f(1)=a+b,\ f(2)=2a+b$

$2f(1)-f(2)=b$

19. x^3 의 계수가 1 인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x-1, x-2, x-3$ 으로 나눈 나머지가 각각 2, 4, 6 일 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 11 ⑤ 14

해설

$f(1)=2,\ f(2)=4,\ f(3)=6$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)+ax^2+bx+c$

$a+b+c=2,\ 4a+2b+c=4,\ 9a+3b+c=6$

$a=0,\ b=2,\ c=0$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)+2x$

$f(4)=3\times 2\times 1+8=14$

20. x에 대한 다항식 x^3+2x^2-ax+b가 x^2+x-2로 나누어 떨어질 때, a^2+b^2의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$f(x)=x^3+2x^2-ax+b=(x^2+x-2)Q(x)$
$\quad=(x+2)(x-1)Q(x)$
인수정리에 의해 $x=-2, x=1$을 대입하면 우변이 0 이 된다.
$\therefore f(-2)=-8+8+2a+b=0$
$f(1)=1+2-a+b=0$ 연립하면, $a=1, b=-2$
$\therefore\ a^2+b^2=5$

21. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	$9a+b+24$

이때 $k=3$, $c=3$, $a+3=4$, $3a+9=d$, $9a+b+24=37$ 이므로

$k=3$, $c=3$, $a=1$, $d=12$, $b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

22. $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$이고, $a=\sqrt{3}+1$일 때, $a^{x^2}\div a^{2\sqrt{2}x+3}$의 값을 구하면?

① $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$　② $\dfrac{4+\sqrt{3}}{4}$　③ $\dfrac{2\sqrt{3}-3}{4}$

④ $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

해설

(i) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$에서 $x-\sqrt{2}=\sqrt{3}$

$x^2-2\sqrt{2}x+2=3$

$\therefore\ x^2-2\sqrt{2}x=1$

(ii) $a^{x^2}\div a^{2\sqrt{2}x+3}=a^{x^2-2\sqrt{2}x-3}=a^{-2}$

$=\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$

23. $x+y+z=4,\ xy+yz+zx=1,\ xyz=2$ 일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

① 16 ② 8 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 을
$xy+yz+zx=1$ 을 이용하여 변형하면
$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$
$=(1-zx)(1-xy)(1-yz)$
$=1-(xy+yz+zx)+(x^2yz+xy^2z+xyz^2)-(xyz)^2$
$=1-(xy+yz+zx)+xyz(x+y+z)-(xyz)^2$
$=1-1+2\cdot4-4$
$=4$
※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.
$(x-a)(x-b)(x-c)$
$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$

24. $a=(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\cdots(3^{1024}+1)$이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여 a의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l+m)$이다. 이 때, $k+l+m$의 값을 구하면?

① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$a=(3+1)(3^2+1)\cdots(3^{1024}+1)$
양변에 $(3-1)$을 곱하면
$(3-1)a=(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$\cdots(3^{1024}+1)$

$$\begin{aligned}2a&=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{1024}+1)\\&=(3^4-1)(3^4+1)\cdots(3^{1024}+1)\\&=(3^8-1)\cdots(3^{1024}+1)\\&\vdots\\&=(3^{2048}-1)\end{aligned}$$

양변을 2로 나누면
$a=\frac{1}{2}(3^{2048}-1)$
$\therefore\ k=2,\ l=2048,\ m=-1$
$\therefore\ k+l+m=2049$

25. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -10 ⑤ 10

해설

우변을 통분하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$

26. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서
$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2+2bc+c^2-a^2$
$a^2-(b-c)^2 = -a^2+b^2+c^2+2bc$
$2a^2 = 2b^2+2c^2$
$\therefore\ a^2 = b^2+c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

27. 실수 x가 $x^2-3x+1=0$을 만족할 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

준식의 양변을 x로 나누면

$$x+\frac{1}{x}=3$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$=3^3-3\times 3=18$$

28. 실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=6$, $a^2+b^2+c^2=12$를 만족할 때, $a^3+b^3+c^3$의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

공식 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에 주어진 수를 대입하여
$(ab+bc+ca)$의 값을 구하면 $(ab+bc+ca)=12$
$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
에서
$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$이므로
$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
$\therefore\ a=b=c=2$이므로 $a^3+b^3+c^3=24$

29. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율(%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

이 때, $t = 0$은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$이 1990년을 나타내도록 변형하면?

① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

② $P = 0.35(t+1)^2 - 5.75(t+1) + 20.9$

③ $P = 0.35(t-1)^2 - 5.75(t-1) + 20.9$

④ $P = 0.35(t+2)^2 - 5.75(t+2) + 20.9$

⑤ $P = 0.35(t-2)^2 - 5.75(t-2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$일 때,
$t = 0 \rightarrow 1985$년, $t = 1 \rightarrow 1990$년, $t = 2 \rightarrow 1995$년
$P_2(t) = 0.35(t+1)^2 - 5.75(t+1) + 20.9$이면,
$P_2(0) = P_1(1)$이므로 $P_2(t)$에서
$t = 0 \rightarrow 1990$년임을 알 수 있다.

30. 모든 실수 x에 대하여 등식 $x^{100}-1 = a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{100}(x-1)^{100}$이 성립할 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100}=2^m+k$이다. $m+k$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98

해설

$x=0$을 대입하면

$a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{100}=-1\cdots$㉠

$x=2$를 대입하면

$a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=2^{100}-1\cdots$㉡

㉠ + ㉡: $2(a_0+a_2+a_6+\cdots+a_{100})=2^{100}-2$

$\therefore\ a_0+a_2+a_6+\cdots+a_{100}=2^{99}-1$

$\therefore\ m=99,\ k=-1$이므로 $m+k=98$

31. 두 다항식 $Q(x)$와 $R(x)$에 대하여 $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$가 성립할 때, $Q(1)$의 값은? (단 $R(x)$의 차수는 이차 이하이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

해설

$R(x) = ax^2 + bx + c(a,\ b,\ c$는 실수$)$라 하면
$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$
양변에 $x = 0$을 대입하면 $-2 = c$
$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots$①
①의 양변에 $x = i$을 대입하면
$-i - 2 = -a + bi - 2$
$a = 0,\ b = -1$이므로 $R(x) = -x - 2$
$\therefore\ x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$
양변에 $x = 1$을 대입하면
$-1 = 2Q(1) - 3$이므로
$\therefore\ Q(1) = 1$

32. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 x^2+x+1 으로 나누면 나머지가 9, $f(x)-g(x)$ 를 x^2+x+1 로 나누면 나머지가 -3 이다. 이 때, $f(x)$를 x^2+x+1로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x)+g(x)=(x^2+x+1)Q_1(x)+9$ ·····㉠
$f(x)-g(x)=(x^2+x+1)Q_2(x)-3$ ·····㉡
㉠ + ㉡을 하면
$2f(x)=(x^2+x+1)\{Q_1(x)+Q_2(x)\}+6$

$$f(x)=(x^2+x+1)\frac{Q_1(x)+Q_2(x)}{2}+3$$

∴나머지는 3

33. $f(x) = 3x^3 - x + 2$ 일 때, $f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 이다. 이 때, $A + B + C + D$ 의 값을 구하면 ?

① 4 ② 14 ③ 24 ④ 34 ⑤ 44

해설

$f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
$f(2) = A + B + C + D$ 이므로
$f(2)$ 를 구하기 위해서는
$f(x) = 3x^3 - x + 2$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
$f(2) = 3 \times 2^3 - 2 + 2 = 24$

해설

$x + 1 = t$ 라 하면,
$f(t) = A(t-1)^3 + B(t-1)^2 + C(t-1) + D$

1	3	0	−1	2
		3	3	2
1	3	3	2	4
		3	6	
1	3	6	8	
		3		
	3	9		

$\therefore A = 3,\ B = 9,\ C = 8,\ D = 4$
$\therefore A + B + C + D = 24$

34. $x-y=1$ 이고 $x^2+y^2=-1$ 일 때, $x^{10}+y^{13}$ 의 값은 얼마인가?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x-y=1$ 에서 $y=x-1$
이것을 $x^2+y^2=-1$ 에 대입하면
$2x^2-2x+2=0$
$x^2-x+1=0$
양변에 $x+1$ 을 곱하면, $x^3+1=0$
$\therefore\ x^3=-1$
또 $x=y+1$ 을 $x^2+y^2=-1$ 에 대입하면
$2y^2+2y+2=0,\ y^2+y+1=0\ \therefore\ y^3=1$
$\therefore\ x^{10}+y^{13}=(x^3)^3\cdot x+(y^3)^4\cdot y$
$=(-1)^3\cdot x+1^4\cdot y$
$=-(x-y)=-1$

35. 다항식 $4x^3 + 6x^2 - 12x - 11$을 $x + 2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 하고 다항식 $Q(-2x + 3)$을 $x - 1$로 나누었을 때의 나머지를 r이라 할 때, $R + r$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$4x^3 + 6x^2 - 12x - 11 = (x + 2)Q(x) + R$
$x = -2$을 대입하면 $R = 5$
$4x^3 + 6x^2 - 12x - 11 = (x + 2)Q(x) + 5 \cdots$ ㉠
$Q(-2x + 3) = (x - 1)Q'(x) + r$
$x = 1$을 대입하면 $r = Q(1)$
㉠에 $x = 1$을 대입하면,
$4 + 6 - 12 - 11 = 3Q(1) + 5$에서 $Q(1) = r = -6$
$\therefore\ R + r = 5 + (-6) = -1$