

1. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$$\therefore A + B = 50$$

2. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

3. 분수 $\frac{3}{2 \times a}$ 를 분수로 나타내면 무한소수가 된다. 다음 중 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

a 에 7 을 대입하면 $\frac{3}{2 \times a} = \frac{3}{2 \times 7}$ 로 분모에 7 이 있으므로
무한소수

②, ③는 대입하면 당연히 소인수가 2 또는 5 밖에 될 수 없으므로
유한소수이다.

① $\frac{3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$ 이므로 유한소수, ④ $\frac{3}{2 \times 6} = \frac{1}{2^2}$ 이므로 유한소수

4. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$

② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$

③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}71\dot{4}$

④ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}2$

⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$

③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}7$

5. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, 식 $1000x - 10x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.\dot{3}1$

② $0.\dot{8}$

③ $0.2\dot{5}\dot{8}$

④ $2.5\dot{7}$

⑤ $0.75\dot{6}$

해설

③ $1000x$ 와 $10x$ 의 소수점 아래 부분이 일치하는 $0.2\dot{5}\dot{8}$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (답이 2 개)

① $0.8\dot{9} = 0.9$

② $0.\dot{7}\dot{6} > 0.7\dot{6}$

③ $2 \times 0.\dot{8} < 1.\dot{7}$

④ $2.1\dot{4}\dot{5} = \frac{2145 - 21}{9900}$

⑤ $\frac{14}{33} = 0.4\dot{2}$

해설

③ $2 \times \frac{8}{9} = \frac{16}{9}$

④ $2.1\dot{4}\dot{5} = \frac{2145 - 21}{990}$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수이다.
- ② 모든 정수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 유리수와 유리수가 아닌 것으로 나타내어진다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수와 순환소수는 유리수이다.

해설

- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수이다.

8. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값은?

$$(-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{n+2} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n+1}$$

①

-1

② 0

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-1)^{n+n+1+n+2+2n+2n+1} \\ &= (-1)^{7n+4} \\ &= -1 \quad (\because n \text{은 홀수})\end{aligned}$$

9. $81^2 \div 9^5$ 을 간단히 하면?

① 3

② 3^2

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$$

10. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

11. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

좌변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, y^7 이므로 $a = 3, b = 2$

$$\therefore a + b = 5$$

12. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$5^5 \div 5^a = 5^{5-a} = 5^2$$

$$5 - a = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$5 \times 5^b = 5^4, 5^{b+1} = 5^4$$

$$b + 1 = 4 \quad \therefore b = 3$$

$$a = 3, b = 3$$

$$\therefore a - b = 0$$

13. $8^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 3 \cdot 4^2 - 2^7$ 을 간단히 하면?

①

$-x$

② x

③ $2x$

④ $3x$

⑤ $4x$

해설

$$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2^4 + 3 \cdot (2^2)^2 - 2^7 \\&= 2^4 + 3 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= (1 + 3)2^4 - 2^7 \\&= 2^2 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= 2^6 - 2^7 \\&= x - 2x \\&= -x\end{aligned}$$

14. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$3(x+2) = -2x+11$$

$$3x+6 = -2x+11$$

$$\therefore x = 1$$

15. $a : b = 2 : 3$ 이고, $\left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

① $\frac{3}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ -3

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= \left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) \\&= \left(\frac{ab - 1}{a}\right) \div \left(\frac{1 - ab}{b}\right) \\&= \frac{ab - 1}{a} \times \frac{b}{1 - ab} \\&= \frac{ab - 1}{a} \times \frac{b}{-(ab - 1)} \\&= -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

$a : b = 2 : 3$ 에서 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ 이므로

$$\square = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$$

16. $\frac{a}{210}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 되는 가장 작은 자연수를 a 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 19

② 31

③ 60

④ 65

⑤ 130

해설

$$\frac{a}{210} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{b}$$

$$a = 21, b = 10 \quad \therefore a + b = 31$$

17. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$

㉡ $3 \div 11$

㉢ $13 \div 50$

㉤ $5 \div 4$

㉦ $1 \div 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉦

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉦ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

18. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

① 2

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181\dots$$

$27 \div 2 = 13 \dots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

19. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \quad \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

20. $\frac{1}{250} < 0.\dot{a}b\dot{c}0 - 0.ab0\dot{c} < \frac{1}{200}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$0.\dot{a}b\dot{c}0 - 0.ab0\dot{c} = \frac{1000a + 100b + 10c - a}{9990} -$$

$$\frac{1000a + 100b + c - a}{9990} = \frac{9c}{9990} = \frac{c}{1110} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{250} < \frac{c}{1110} < \frac{1}{200}$$

$4.44 < c < 5.55$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 는 5 이다.

21. 다음 등식을 만족하는 a , b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$

$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

- ① 11 ② -11 ③ -5 ④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식

$$\because 2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$$

두 번째 식

$$\because (-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$$

$$\therefore 2a - 3b = 8 + 3 = 11$$

22. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$, $\cdots$, $x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

23. 등식 $(-4x^A y^3) \div 2xy^B \times 2x^3 y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(-4x^A y^3) \div 2xy^B \times 2x^3 y = Cxy$$

$$\frac{-4x^A y^3}{2xy^B} \times 2x^3 y = -4x^{A+2} y^{4-B} = Cxy$$

$$A+2=1, 4-B=1, C=-4$$

$$A=-1, B=3, C=-4 \text{ 이므로}$$

$$A+B+C = -1+3-4 = -2 \text{ 가 된다.}$$

24. 반지름이 $4a$ 인 원기둥에 물이 h 만큼 담겨져 있다. 이 원기둥에 반지름이 $2a$ 인 쇄공을 완전히 넣었을 때, 물의 높이는 얼마나 높아지는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇄공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇄공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(4a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇄공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi(2a)^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{32a^3\pi}{3}}{\frac{16a^2\pi}{1}} = \frac{32a^3\pi}{48a^2\pi} = \frac{2}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

25. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의 숫자인 0이다.