

1. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

2. x 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + a(x - 1)(x - 2) + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x 에 대한 항등식이므로

$$x = 1 \text{ 일 때, } 2 = c \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 7, c = 2$

$$\therefore a + b + c = 15$$

3. 연립부등식 $\frac{x-1}{3} < x+3 \leq 0.1(x+3)$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $\frac{x-1}{3} < x+3, \quad x > -5$

ii) $x+3 \leq 0.1(x+3), \quad x \leq -3$

i), ii)에 의하여 공통된 해의 범위는 $-5 < x \leq -3$ 이므로 만족하는 정수는 $-4, -3$ 의 2 개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - a < 5 \\ 2(3 - x) \leq 7 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \leq -7$

해설

$$2(3 - x) \leq 7$$

$$6 - 2x \leq 7$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2}$$

$$4x - a < 5$$

$$\therefore x < \frac{a + 5}{4}$$

해가 없으려면 $\frac{a + 5}{4} \leq -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a + 5 \leq -2$ 이므로 $a \leq -7$ 이다.

5. 점 $(1, -2)$ 를 지나는 직선을 점 $(2, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 후 x 축에 대하여 대칭이동 하였더니 점 $(4, -4)$ 를 지난다고 한다. 처음 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = -4x + 2$ ② $y = 4x + 2$ ③ $y = -4x + 4$
④ $y = 4x + 4$ ⑤ $y = -4x + 6$

해설

$(1, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식을
 $y + 2 = m(x - 1) \cdots \textcircled{1}$ 이라 하면
①식을 점 $(2, 3)$ 에 대칭이동하면 (중점공식이용)
 $x \rightarrow 4 - x \quad y \rightarrow 6 - y$ 이므로
 $6 - y + 2 = m(4 - x - 1), y = m(x - 3) + 8 \cdots \textcircled{2}$
직선 ②를 x 축에 대칭이동하면
 $-y = m(x - 3) + 8 \cdots \textcircled{3}$
직선 ③이 점 $(4, -4)$ 를 지나므로
 $4 = m(4 - 3) + 8 \therefore m = -4$
따라서 처음 직선의 방정식 ①은
 $y + 2 = -4(x - 1), y = -4x + 2$

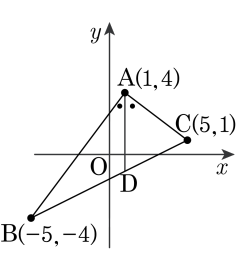
6. $A : 5(x+1) > 2x-1$, $B : \frac{x-4}{3} + \frac{3x+1}{2} > 1$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로
 A 에서 B 를 제외한 수는 $-1, 0, 1$
따라서 3개이다.

7. 다음 그림과 같이 세 점 $A(1, 4)$, $B(-5, -4)$, $C(5, 1)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?



- ① $1 : 1$ ② $\sqrt{2} : 1$ ③ $\sqrt{3} : 1$
 ④ $2 : 1$ ⑤ $\sqrt{5} : 1$

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{BD} : \overline{CD}$ 이고
 각의 이등분선정리에 의해

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2}}{\sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\therefore \triangle ABD : \triangle ACD = 2 : 1$$

8. 좌표평면 위에 두 점 $A(a, b)$, $B(-2, 2)$ 가 있다. 이 0때, $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$ 의 최솟값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

원점을 $O(0, 0)$ 이라 하면

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$$

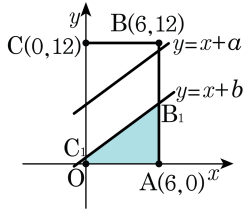
$= \overline{OA} + \overline{AB}$ 이므로

이 값이 최소가 되는 것은 세 점 O , A , B 가 일직선 위에 있을 때이다.

따라서 $\overline{OA} + \overline{AB}$ 의 최소값은

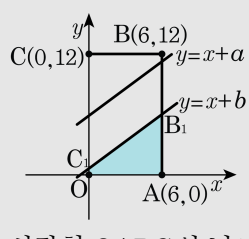
$$\overline{OB} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

9. 네 점 $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(6,12)$, $C(0,12)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형 $OABC$ 가 있다. 그림과 같이 두 직선 $y = x + a$, $y = x + b$ 가 사각형 $OABC$ 의 넓이를 삼등분할 때, ab 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설



사각형 $OABC$ 의 넓이가 72이므로
사각형 OAB_1C_1 의 넓이는 24이다.

$$\frac{1}{2}(b + 6 + b) \times 6 = 24 \text{ 이므로 } b = 1$$

같은 방법으로 $a = 5$

$$\therefore ab = 5$$

10. n 이 자연수일 때, 이차함수 $y = 2n^2 - 11n + 20$ 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}y &= 2n^2 - 11n + 20 \\&= 2\left(n^2 - \frac{11}{2}n + \frac{121}{16}\right) - \frac{121}{8} + 20 \\&= 2\left(n - \frac{11}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}\end{aligned}$$

n 이 자연수이므로

$\frac{11}{4}$ 에 가장 가까운 자연수는 3 이다.

따라서 $n = 3$ 일 때,

최솟값 $2 \cdot 3^2 - 11 \cdot 3 + 20 = 5$ 를 갖는다.