1. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(x+1)(y+1)(z+1)$$
$$=xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$$
$$=7$$

2. x의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 $a,\ b,\ c$의 값의 합을 구하여라.

$$x^3+1=(x-1)(x-2)(x-3)+a(x-1)(x-2)+b(x-1)+c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x에 대한 항등식이므로

$x=1$일 때, $2=c\cdots\cdots$ ㉠

$x=2$일 때, $9=b+c\cdots\cdots$ ㉡

$x=3$일 때, $28=2a+2b+c\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=6,\ b=7,\ c=2$

$\therefore\ a+b+c=15$

3. 연립부등식 $\frac{x-1}{3} < x+3 \le 0.1(x+3)$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $\frac{x-1}{3} < x+3, \quad x > -5$

ii) $x+3 \le 0.1(x+3), \quad x \le -3$

i), ii) 에 의하여 공통된 해의 범위는 $-5 < x \le -3$ 이므로 만족하는 정수는 $-4, -3$ 의 2 개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - a < 5 \\ 2(3 - x) \le 7 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \le -7$

해설

$2(3 - x) \le 7$

$6 - 2x \le 7$

$-2x \le 1$

$\therefore\ x \ge -\dfrac{1}{2}$

$4x - a < 5$

$\therefore\ x < \dfrac{a+5}{4}$

해가 없으려면 $\dfrac{a+5}{4} \le -\dfrac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a + 5 \le -2$ 이므로 $a \le -7$ 이다.

5. 점 $(1, -2)$를 지나는 직선을 점$(2,\ 3)$에 대하여 대칭이동한 후 x축에 대하여 대칭이동 하였더니 점 $(4, -4)$를 지난다고 한다. 처음 직선의 방정식을 구하면?

① $y = -4x + 2$ ② $y = 4x + 2$ ③ $y = -4x + 4$

④ $y = 4x + 4$ ⑤ $y = -4x + 6$

해설

$(1, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식을

$y + 2 = m(x - 1) \cdots$ ①이라 하면

①식을 점 $(2, 3)$에 대칭이동하면 (중점공식이용)

$x \to 4 - x\ y \to 6 - y$이므로

$6 - y + 2 = m(4 - x - 1),\ y = m(x - 3) + 8 \cdots$ ②

직선 ②를 x축에 대칭이동하면

$-y = m(x - 3) + 8 \quad \cdots$ ③

직선 ③이 점 $(4, -4)$를 지나므로

$4 = m(4 - 3) + 8 \therefore m = -4$

따라서 처음 직선의 방정식 ①은

$y + 2 = -4(x - 1),\ y = -4x + 2$

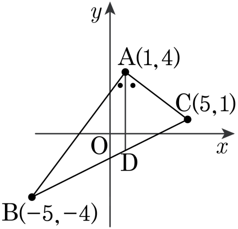
6. $A : 5(x+1) > 2x-1$, $B : \dfrac{x-4}{3} + \dfrac{3x+1}{2} > 1$ 에 대하여 A에서 B를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로
A에서 B를 제외한 수는 $-1,\ 0,\ 1$
따라서 3개이다.

7. 다음 그림과 같이 세점 A(1, 4), B(−5, −4), C(5, 1)를 꼭짓점으로 하는 △ABC 가 있다. ∠A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, △ABD 와 △ACD 의 넓이의 비는?



① 1 : 1 ② $\sqrt{2}$: 1 ③ $\sqrt{3}$: 1

④ 2 : 1 ⑤ $\sqrt{5}$: 1

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{BD}$: $\overline{CD}$ 이고

각의 이등분선정리에 의해

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$

$\overline{AB} = \sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{100} = 10$

$\overline{AC} = \sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore$ △ABC : △ACD = 2 : 1

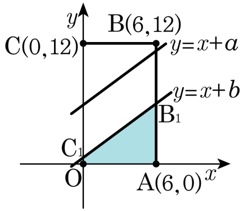
8. 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(a, b)$, $\mathrm{B}(-2,\ 2)$가 있다. 이 0때, $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b-2)^2}$의 최솟값은?

① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $2\sqrt{2}$　⑤ 3

해설

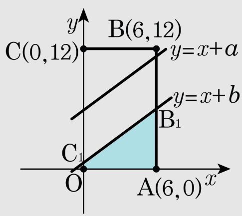
원점을 $\mathrm{O}(0,\ 0)$이라 하면
$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b-2)^2}$
$=\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{AB}}$이므로
이 값이 최소가 되는 것은 세 점 O, A, B가 일직선 위에 있을 때이다.
따라서 $\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{AB}}$의 최소값은
$\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}$

9. 네 점 O(0, 0), A(6, 0), B(6, 12), C(0, 12)를 꼭지점으로 하는 사각형 OABC가 있다. 그림과 같이 두 직선 $y=x+a$, $y=x+b$가 사각형 OABC의 넓이를 삼등분할 때, ab의 값은?



① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설



사각형 OABC의 넓이가 72이므로
사각형 OAB_1C_1의 넓이는 24이다.

$\frac{1}{2}(b+6+b)\times 6=24$이므로 $b=1$

같은 방법으로 $a=5$

$\therefore\ ab=5$

10. n 이 자연수일 때, 이차함수 $y = 2n^2 - 11n + 20$ 의 최솟값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$$y = 2n^2 - 11n + 20$$
$$= 2\left(n^2 - \frac{11}{2}n + \frac{121}{16}\right) - \frac{121}{8} + 20$$
$$= 2\left(n - \frac{11}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$$

n 이 자연수이므로

$\frac{11}{4}$ 에 가장 가까운 자연수는 3 이다.

따라서 $n = 3$ 일 때,

최솟값 $2 \cdot 3^2 - 11 \cdot 3 + 20 = 5$ 를 갖는다.