

1. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \leq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \leq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \leq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가 $a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$ 을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

2. $2 \leq x \leq 3$ 일 때, $\frac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \leq x \leq 3$ 에서 -1 을 곱하면 $-2 \geq -x \geq -3$

1을 더하면 $-1 \geq -x+1 \geq -2$

역수를 취하면 $\frac{1}{-1} \leq \frac{1}{-x+1} \leq \frac{1}{-2}$

2를 곱하면 $-2 \leq \frac{2}{-x+1} \leq -1$

-2 를 더하면 $-4 \leq -2 + \frac{2}{-x+1} \leq -3$ 에서 $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

3. 부등식 $3x+2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x+2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax+1 \geq 2x+5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$ax+1 \geq 2x+5$ 에서 $(a-2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로
 $a-2 > 0$
 $x \geq \frac{4}{a-2}$ 이므로 $\frac{4}{a-2} = 2$, $a-2 = 2$
 $\therefore a = 4$

5. 다음 식에서 연립했을 때, 해가 $-2 \leq x < 7$ 이 되도록 하는 부등식을 찾아라.

보기

㉠ $x < 9$

㉡ $x \leq 5$

㉢ $x < 7$

㉣ $x \geq -2$

▶ 답:

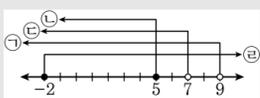
▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

해설

수직선에 나타내보면 다음과 같다.



따라서 ㉢과 ㉣을 연립했을 때 $-2 \leq x < 7$ 의 해가 나온다.

6. 연립부등식 $3x + 7 < x + 11 \leq 10$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$3x + 7 < x + 11 \leq 10$$

$$\begin{cases} 3x + 7 < x + 11 \\ x + 11 \leq 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -1$$

따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

7. 부등식 $|x-2| \leq 2x-1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x+2 \leq 2x-1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x-2 \leq 2x-1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

8. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

- ① $x \geq 2$ ② $-3 \leq x \leq 2$ ③ $1 < x \leq 2$
④ $x < 2$ ⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,
 $-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$
따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.

(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,
 $5 \geq -2x + 9$
 $2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.

(iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $2x + 1 \geq -2x + 9$
 $4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.
세 범위의 해를 연립하면 결과는
 $\therefore x \geq 2$

9. x 가 정수일 때, $|x-2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

- ① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설

$|x-2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$
 x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수
-3, -2, -1, 0, 1, 2

10. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

- ① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ ② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$
③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$ ④ $x < 1$ 또는 $x > 2$
⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서
 $2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

11. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 4 \\ b - a = 6\end{aligned}$$

12. $a > 0, b < 0, a + b < 0$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a ② b ③ $a - b$ ④ $-a$ ⑤ $-b$

해설

$a > 0, b < 0$ 에서 $a > b, a - b > b$
 $a + b < 0$ 에서 $b < -a, a < -b$
따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$ 이므로,
가장 큰 수는 $a - b$

13. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면, $\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}$, 또는 $126 < 3x < 134$ 로

표현할 수 있다.

따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.

이는 $42 < x < 44.666\dots$ 이다.

x 는 짝수이므로 44 이다.

14. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 15

▷ 정답: 17

▷ 정답: 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$$

$$45 < 3x < 55$$

$$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$$

$$\therefore x = 16, 17, 18$$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15, 17, 19 이다.

16. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$
(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)
(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$
(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$
 $\therefore a+b = 0$

17. 부등식 $|x-3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

- ① $1 \leq x \leq 5$
- ② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$
- ③ $-1 \leq x \leq 5$
- ④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$
- ⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$ 에서 $x-3 \geq 2$ 또는 $-(x-3) \geq 2 \therefore x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

18. 부등식 $2x+2+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때
 $2x+4+x-1-6=3x-3 \leq 0, x \leq 1$
 $\therefore x=1 \cdots \text{㉠}$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $2x+4+1-x-6=x-1 \leq 0$ 에서 $x \leq 1$
 $\therefore -2 \leq x < 1 \cdots \text{㉡}$

(iii) $x < -2$ 일 때
 $-2x-4-x+1-6=-3x-9 \leq 0$
 $3x \geq -9, x \geq -3$
 $\therefore -3 \leq x < -2 \cdots \text{㉢}$

㉠, ㉡, ㉢에서 $-3 \leq x \leq 1$

따라서 만족하는 정수 x 의 개수는 5개

19. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

20. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

- ① 해가 없다
- ② $x = 3$
- ③ $x \neq 3$ 인 모든 실수
- ④ $-3 < x < 3$
- ⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

21. x 가 1, 3, 5, 7, 9이고, 세 부등식 A 가 $x > 2$, B 가 $x - 5 < 3$, C 가 $-x + 1 \geq -2$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 부등식 B 와 C 의 공통해는 부등식 A 의 해이다.
- ㉡ 부등식 C 의 해는 부등식 A 의 해와 부등식 B 의 해이다.
- ㉢ 부등식 B 에서 C 를 제외한 수는 부등식 A 의 해이다.
- ㉣ A, B, C 의 공통해는 존재한다.
- ㉤ B 와 C 의 공통해는 A 의 해와 같다.

해설

A 는 3, 5, 7, 9 B 는 $x - 5 < 3, x < 8$ 이므로 1, 3, 5, 7 C 는 $-x + 1 \geq -2, x \leq 3$ 이므로 1, 3

㉠ B 와 C 의 공통해는 1, 3이므로 B 와 C 의 공통해는 A 의 해가 아니다.

㉤ B 와 C 의 공통해는 C 의 해이다.

22. 다음 그림은 연립부등식 $\begin{cases} 5-3x < a \\ 2x+3 \leq 7 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이때, 상수 a 의 값은?



- ① 5 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$(i) 5-3x < a, x > \frac{5-a}{3}$$

$$(ii) 2x+3 \leq 7, x \leq 2$$

$$\frac{5-a}{3} < x \leq 2 \text{ 와 } -1 < x \leq 2 \text{ 가 같으므로}$$

$$\frac{5-a}{3} = -1, 5-a = -3$$

$$\therefore a = 8$$

23. 연립부등식 $\begin{cases} x+a \leq 3 \\ 3x-1 \geq 2x+b \end{cases}$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

주어진 식을 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 3-a \\ x \geq b+1 \end{cases}$$

$$b+1 \leq x \leq 3-a$$

$$b+1 = -1, 3-a = 2$$

$$\therefore b = -2, a = 1$$

$$\therefore ab = 1 \times (-2) = -2$$

25. 부등식 $|x|+|x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } x < 0 \text{ 일 때} \\ -x - x + 2 - 3 &\leq 0 \\ -2x &\leq 1 \\ \therefore -\frac{1}{2} &\leq x < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } 0 \leq x < 2 \text{ 일 때} \\ x - x + 2 &\leq 3 \\ \therefore 0 &\leq x < 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } x \geq 2 \text{ 일 때} \\ 2x - 2 &\leq 3 \\ 2x &\leq 5 \\ \therefore 2 &\leq x \leq \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\text{i), ii), iii) 에서 } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m + n = 2$$

26. 부등식 $|x-1| < 2x-3$ 을 풀면?

- ① $x > 2$ ② $x \geq 2$ ③ $x < 3$ ④ $x \leq 3$ ⑤ $x \leq 2$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때 $x-1 < 2x-3 \therefore x > 2$

(ii) $x < 1$ 일 때 $-x+1 < 2x-3 \therefore x > \frac{4}{3}$ $x < 1$ 이므로 부적합

(i), (ii)에서 $x > 2$

27. 부등식 $(a-b)x + (b-2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a+2b)x + (a+3b) < 0$ 의 해를 구하면?

- ① $3 < x < 7$ ② $-3 < x < 1$ ③ $x < 2, x > 3$
④ $-1 < x < 2$ ⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a-b)x > 2a-b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a-b > 0, \frac{2a-b}{a-b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x-2)(x+1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$