

1. 다음 중에서 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 반지름의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 원의 넓이는 $y\text{ cm}^2$ 이다.
- ② 자동차가 시속 60 km 의 속력으로 x 시간 동안 달린 거리는 $y\text{ km}$ 이다.
- ③ 한 모서리의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정육면체의 부피는 $y\text{ cm}^3$ 이다.
- ④ 가로 길이가 $x\text{ cm}$, 세로 길이가 $(x - 3)\text{ cm}$ 인 직사각형의 넓이는 $y\text{ cm}^2$ 이다.
- ⑤ 한 변의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정사각형의 둘레의 길이는 $y\text{ cm}$ 이다.

해설

- ① $y = \pi x^2$
- ② $y = 60x$
- ③ $y = x^3$
- ④ $y = x(x - 3)$
- ⑤ $y = 4x$

2. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $f(-1) = 0$

② $f(0) = 0$

③ $f(1) = -4$

④ $f(2) = -3$

⑤ $f(5) = 12$

해설

② $f(0) = -3$

3. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 포물선은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = -3x^2$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

4. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동시키면 점 $(1, m)$ 을 지난다. 이때, m 의 값은?

① -5

② -7

③ -9

④ -11

⑤ -13

해설

$y = -4x^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, m)$ 을 지나므로
 $m = -4 - 5, m = -9$

5. 이차함수 $y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, k)$ 를 지났다. 이때, k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

$y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 4$ 이고, 점 $(4, k)$ 를 지나므로 $k = -\frac{3}{2} \times 4^2 + 4$, $k = -20$ 이다.

6. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 아닌 식을 모두 고르면?

① $y = -(x + 1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = -3(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x - 1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

7. 다음 보기의 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있는 그래프를 모두 구하여라.

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} y = (x - 3)^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = -3x^2 + 1$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = x^2 + 2x + 3$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

꼭짓점을 각각 구하면

$$\textcircled{\text{㉠}} (3, 0)$$

$$\textcircled{\text{㉡}} (-1, 2)$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (0, 1)$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 \text{ 이므로 } (-1, 2)$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1 \text{ 이므로 } (-2, 1)$$

따라서 제 2 사분면에 있는 그래프는 ㉡, ㉣, ㉤이다.

8. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

9. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

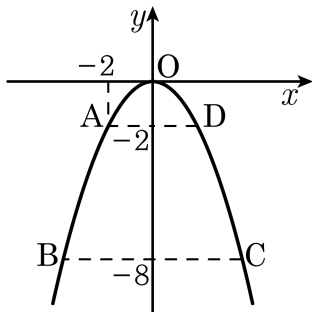
▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \pm 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2, y = -8$$

$$A(-2, -2), B(-4, -8)$$

$$C(4, -8), D(2, -2)$$

$$(\square ABCD \text{ 의 넓이}) = (8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$$

11. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y 축이다.

④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

① y 의 값의 범위는 $y \leq 0$

② 위로 볼록하다.

④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

12. 이차함수 $y = -2(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
- ④ 최솟값 0 을 갖는다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ④ 최댓값 0 을 갖는다.

13. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

14. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

- ① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x - 3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x - 3)^2 - 5 = -2(x + 3)^2 - 5$ 이다.

$$\therefore a = -2, p = 3, q = -5$$

$$\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$$

15. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

보기

- ㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
- ㉤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

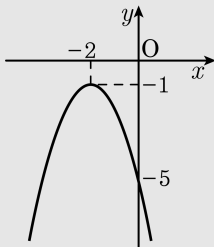
③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



16. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

17. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\ &= 2(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$

$$-4 - p = 3$$

$$\therefore p = -7$$

$$-6 + q = 3$$

$$\therefore q = 9$$

$$p + q = (-7) + 9 = 2$$

18. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

19. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

20. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

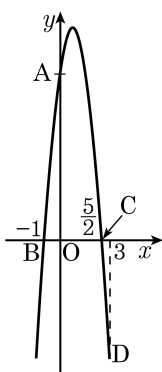
$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$A(0, c), B(-1, 0), C\left(\frac{5}{2}, 0\right), D(3, p), \triangle ABC = \frac{1}{2} \times$$

$$\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2}, c = 10$$

$$A(0, 10)$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$$

$$-\frac{5}{2}a = 10, a = -4$$

$$y = -4(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$$

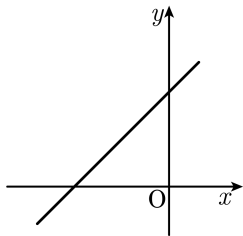
$y = -4x^2 + 6x + 10$ 에 $D(3, p)$ 를 대입하면

$$p = -36 + 18 + 10 = -8, D(3, -8)$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14 \text{ 이다.}$$

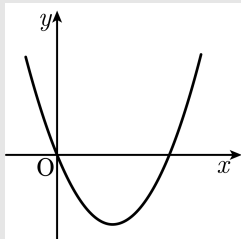
22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면

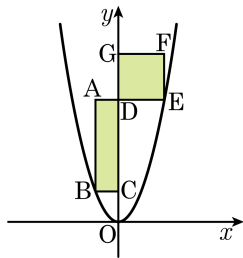


해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



23. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

□ABCD = □DEFG 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 B $\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 E($p, 2p^2$), $\overline{OD} = 2p^2$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

24. 이차함수 $y = (x-2)(x+k^2)$ ($k > 0$) 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 양의 x 절편 그리고 직선 $y = x + 2$ 가 y 축과 만나는 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 y 좌표가 -5 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

포물선이 y 축과 만나는 점은 $(0, -2k^2)$ 이고 직선의 y 절편은 $(0, 2)$ 이고, 양의 x 절편은 $(2, 0)$ 이다.

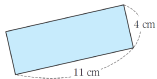
외심 O 의 y 좌표가 -5 이므로 $\frac{2-2k^2}{2} = -5$

$$\therefore k = \pm \sqrt{6}$$

따라서 $k > 0$ 이므로 $k = \sqrt{6}$ 이다.

25.

직사각형의 넓이를 구하려고 합니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$(\text{넓이}) = \square \times \square = \square (\text{cm}^2)$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설