

1. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -3, c = 4$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

2. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

3. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{2}{7}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $\frac{11}{7}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

4. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m - 1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

① 1 ② -2 ③ 2 ④ -1 ⑤ 3

해설

(완전제곱식)= 0 의 꼴이어야 하므로

$$a = \pm \left(2 \times 1 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$a = \pm 1$$

6. 이차방정식 $(x-5)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = 5$ 또는 $x = -1$

③ $x = -5 \pm \sqrt{6}$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 1$

② $x = 5 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x-5)^2 &= 6 \\ x-5 &= \pm \sqrt{6} \\ \therefore x &= 5 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $k = 1$

③ $k > 1$

④ $k < -1$

⑤ $k > -1$

해설

$$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$$

$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로

$$4(1 - k) < 0$$

$$\therefore k > 1$$

8. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 153이 되려면 1부터 n 까지를 더해야 한다고 할 때, n 은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 153 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 306 = 0$$

$$(n-17)(n+18) = 0$$

$$\therefore n = 17 \quad (\because n > 0)$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에

$x = 2$ 를 대입하면 $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3a + b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1, b = -6$

$\therefore a + b = -5$

10. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

- ① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$
② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$
③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$
④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$
⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 8$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b + c + d$$

$$= -1 - \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{7}}{2}$$

$$= -3$$

12. 이차방정식 $4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$ 또는 -2.5

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}, \quad 4x^2 + 25 = 20x$$

$$4x^2 - 20x + 25 = 0, \quad (2x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}, \quad 4x^2 + 25 = -20x$$

$$4x^2 + 20x + 25 = 0, \quad (2x + 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}$$

(i), (ii) 에서 $x = \pm \frac{5}{2}$

13. 이차방정식 $(x-3)^2 - (x-3) = 12$ 를 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 4$

② $x = -4$ 또는 $x = 3$

③ $x = 0$ 또는 $x = 7$

④ $x = -7$ 또는 $x = 0$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 6$

해설

$$(x-3)^2 - (x-3) = 12$$

$$x-3 = A \text{ 라고 하면}$$

$$A^2 - A - 12 = 0$$

$$(A-4)(A+3) = 0$$

$$(x-3-4)(x-3+3) = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 7$$

14. 실수로 책의 종이 1 장이 찢어졌다. 기억나는 것은 두 쪽수의 곱이 240 이라는 것일 때, 두 쪽수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 240$$

$$x^2 + x - 240 = 0$$

$$(x - 15)(x + 16) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 15 \text{ (쪽)}$$

따라서 두 쪽수는 15, 16 이므로 두 쪽수의 합은 31 이다.

15. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70 + 25t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$\begin{aligned}70 + 25t - 5t^2 &= 40 \\t^2 - 5t - 6 &= 0 \\(t - 6)(t + 1) &= 0 \\\therefore t &= 6 \text{ (초)} (\because t > 0)\end{aligned}$$

16. 가로와 세로의 비가 3 : 2 인 직사각형에서 가로, 세로의 길이를 똑같이 3cm 씩 늘였더니 넓이가 2 배가 되었다. 처음 주어진 직사각형의 가로의 길이는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

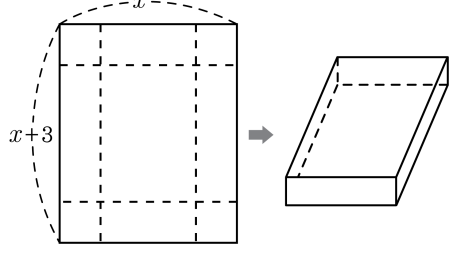
해설

$$2(3x+3)(2x+3) = (3x+3)(2x+3) \rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(2x+1) = 0 \rightarrow x = 3, -\frac{1}{2}$$

$x = 3$ 이므로 가로의 길이는 $3x = 9$ 이다.

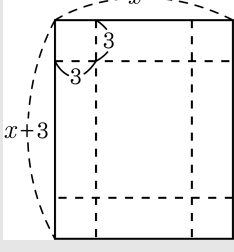
17. 세로의 길이가 가로 길이보다 3 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 210 cm^3 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로 길이는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm ④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

상자 밑면의 가로는 $x - 6$,
세로는 $(x + 3) - 6 = x - 3$, 높이는 3
이다.
부피는 $(x - 6)(x - 3) \times 3 = 210$
 $x^2 - 9x - 52 = 0, (x + 4)(x - 13) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 13$ (cm)



18. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

19. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

20. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

21. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,
이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-2)^2 - 8m = 0$$

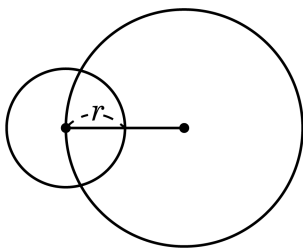
$$(k-2)^2 = 8m \text{ 이므로}$$

$$(m, k) = (2, 6) \text{ 이다.}$$

$$\text{확률은 } \frac{1}{36} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = 37$$

22. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.
따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.
 $r^2 - 4 = 0$
 $\therefore r = 2$ ($\because r > 0$)

23. 직선 $(p+3)x+2=6y$ 가 점 $\left(p, \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 지나고, 제 4 사분면을 지나지 않을 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

점 $\left(p, \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 $(p+3)x+2=6y$ 의 x, y 에 각각 대입하면

$$(p+3)p+2=6\times\frac{p^2+6p+9}{2}, 2p^2+15p+25=0$$

$$(2p+5)(p+5)=0$$

$$\therefore p=-\frac{5}{2} \text{ 또는 } p=-5 \cdots \textcircled{A}$$

주어진 직선 $(p+3)x+2=6y$ 에서

$$y=\left(\frac{p+3}{6}\right)x+\frac{1}{3}$$

제 4 사분면을 지나지 않을 조건은

(기울기) > 0 , (y절편) ≥ 0 이므로

$$\left(\frac{p+3}{6}\right) > 0, p > -3 \cdots \textcircled{B}$$

따라서 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 에서 $p=-\frac{5}{2}$ 이다.

24. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } \alpha = -1 \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } \alpha = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면}$$

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

25. 다음 식의 값을 구하여라.

$$6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{6}$

▷ 정답 : $3 - \sqrt{6}$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 6 - \frac{3}{x}$

$x = 6 - \frac{3}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 6x - 3, \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$$