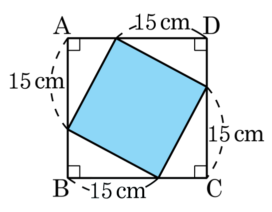
1. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 $529\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

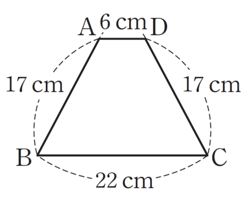
▷ 정답: 289 cm^2

해설

주어진 조건에 의해 $(x+15)^2 = 529$ 이므로 $x = 8(\mathrm{cm})$
따라서 피타고라스 정리를 적용하면 색칠된 정사각형의 한 변의 길이는 $17\,\mathrm{cm}$ 이다.
그러므로 넓이는 $17^2 = 289(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

2.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD의 높이를 구하시오.

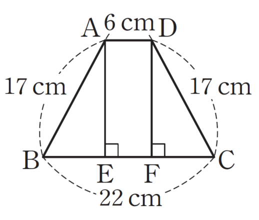


▶ 답 :

▷ 정답 : 15cm

해설

두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{EF} = \overline{AD} = 6\text{ cm}$

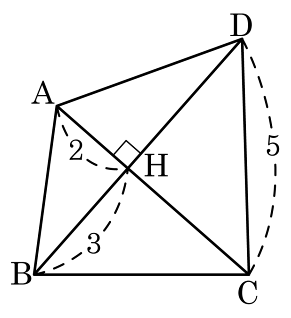
$\overline{BE} = \overline{FC}$

$= \frac{1}{2} \times (22 - 6) = 8\,(\text{cm})$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$

$\therefore\ \overline{AE} = 15\,(\text{cm})$

3. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{\mathrm{AH}} = 2$, $\overline{\mathrm{BH}} = 3$, $\overline{\mathrm{CD}} = 5$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}^2} + \overline{\mathrm{BC}^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 38

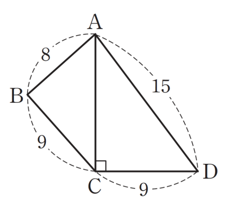
해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{DC}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{\mathrm{AD}^2} + \overline{\mathrm{BC}^2} = 38$

4.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

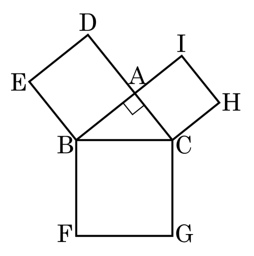
$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

5. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

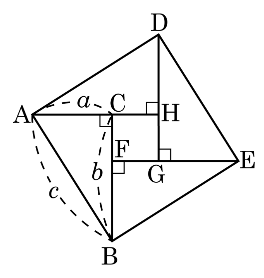
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

6. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

7. 빗변의 길이가 $m^2 + n^2$ 이고, 다른 한 변의 길이가 $m^2 - n^2$ 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m > 0$, $n > 0$)

① $m + n$ ② $2m + n$ ③ $m + 2n$

④ $2(m + n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

$(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + X^2$

$m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + X^2$

$X^2 = 4m^2n^2 = (2mn)^2$

$X > 0$, $m > 0$, $n > 0$ 이므로 $X = 2mn$ 이다.

8. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

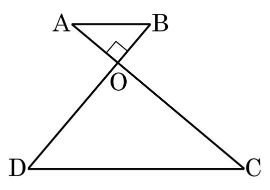
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.

㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

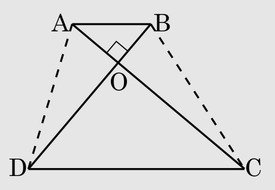
9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127　② 130　③ 137

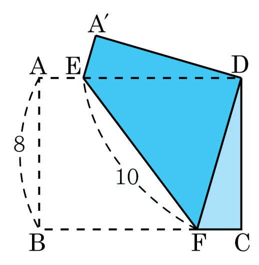
④ 140　⑤ 157

해설



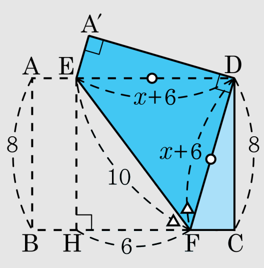
$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

10. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{\mathrm{HF}} = 6$

$\overline{\mathrm{CF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$ 이므로

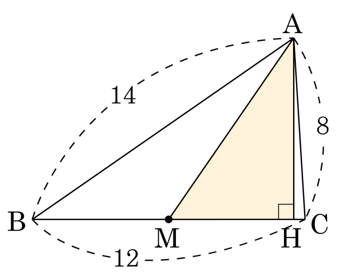
$\overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DE}} = 6 + x$

$\triangle\mathrm{DFC}$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2, 12x = 28 \quad \therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{A'E}} = \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

11. 다음 그림 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, 색칠한 도형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{2805}{16}$

해설

$\overline{CH} = x$라 하면 $\overline{BH} = 12 - x$이고
두 직각삼각형에서 $\overline{AH}$가 공통이므로
$8^2 - x^2 = 14^2 - (12 - x)^2$

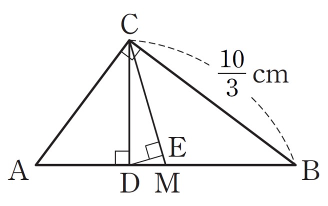
$\therefore x = \dfrac{1}{2}$

$\overline{CM} = 6$이므로 $\overline{MH} = \dfrac{11}{2}$

$\overline{AH} = 8^2 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{255}{4}$

$\therefore \triangle AMH = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{11}{2} \times \dfrac{255}{4} = \dfrac{2805}{16}$

12.



오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$이고 $\overline{BC}=\frac{10}{3}$ cm인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 중점을 M, 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\triangle ABC$의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이고 $\overline{AD}$: $\overline{BD}=9$: 16일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{25}$

해설

$\triangle ABC$의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\frac{10}{3}=\frac{25}{6}$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\frac{5}{2}$ (cm)

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{625}{36}$

$\therefore\ \overline{AB}=\frac{25}{6}$ (cm)

이때 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\frac{25}{6}=\frac{25}{12}$ (cm)

$\overline{AD}$: $\overline{BD}=9$: 16이므로

$\overline{AD}=\frac{9}{25}\overline{AB}=\frac{9}{25}\times\frac{25}{6}=\frac{3}{2}$ (cm)

$\therefore\ \overline{DM}=\overline{AM}-\overline{AD}=\frac{25}{12}-\frac{3}{2}=\frac{7}{12}$ (cm)

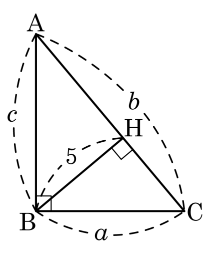
$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CD}$이므로

$\frac{5}{2}\times\frac{10}{3}=\frac{25}{6}\times\overline{CD}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=2$ (cm)

$\triangle CDM$에서 $\overline{CD}^2=\overline{CE}\times\overline{CM}$이므로

$2^2=\overline{CE}\times\frac{25}{12}$ $\quad\therefore\ \overline{CE}=\frac{48}{25}$ (cm)

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH} = 5\,cm$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,cm^2$　② $\frac{25}{2}\,cm^2$　③ $\frac{25}{3}\,cm^2$　④ $5\,cm^2$　⑤ $10\,cm^2$

해설

$(a+c) = 10-b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$

$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로

$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$5b = ac \cdots (2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

$30b = 100$ 에서

$b = \frac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\,cm^2)$

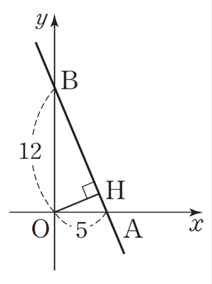
14.

좌표평면에서 원점과 직선 $y=-\frac{12}{5}x+12$ 사이의 거리를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{60}{13}$

해설



$y=-\frac{12}{5}x+12$에서 x절편은

$y=0$을 대입하면 되므로 $x=5$

$\therefore\ \overline{AO}=5$

y절편은 $x=0$을 대입하면 되므로 $y=12$ $\therefore\ \overline{BO}=12$

$\triangle BOA$에서

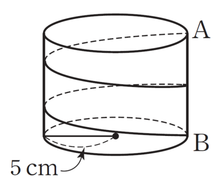
$\overline{AB}^2=12^2+5^2=169$ $\therefore\ \overline{AB}=13$

따라서 원점과 직선 사이의 거리는 $\overline{OH}$의 길이와 같으므로 $\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{OH}\times\overline{AB}$

$5\times12=\overline{OH}\times13$ $\therefore\ \overline{OH}=\frac{60}{13}$

15.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm인 원기둥에서 점 B에서 출발하여 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 A에 이르는 최단 거리가 $\frac{41}{2}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.



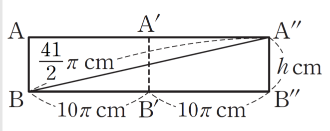
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}\pi$cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$ (cm)

원기둥의 높이를 h cm라 하면



위의 전개도에서

$h^2 = \left(\frac{41}{2}\pi\right)^2 - (20\pi)^2 = \frac{81}{4}\pi^2 \quad \therefore\ h = \frac{9}{2}\pi$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{9}{2}\pi$ cm이다.