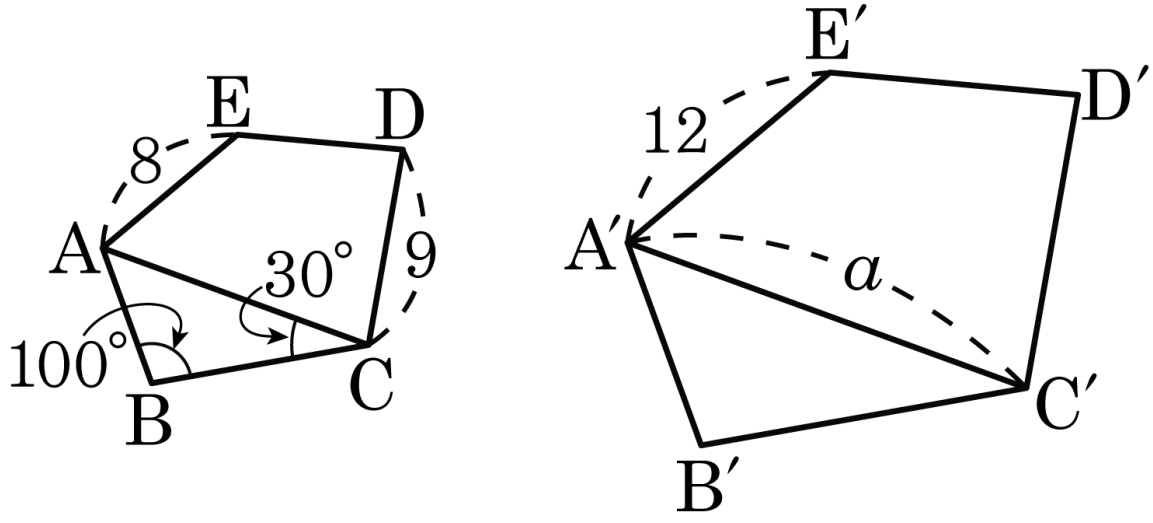
1. 다음 그림에서 두 도형이 서로 닮음일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{E'D'}} = 2 : 3$

② $\overline{\mathrm{AC}} = \frac{3}{2}a$

③ $\angle \mathrm{B'A'C'} = 50°$

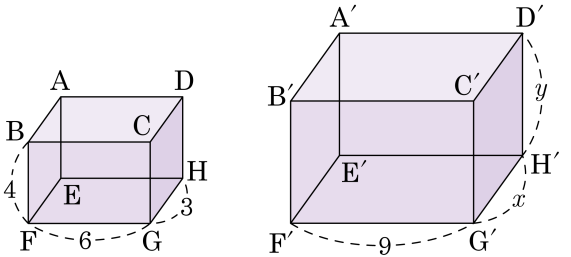
④ $\angle \mathrm{A'B'C'} = 100°$

⑤ $\overline{\mathrm{B'C'}} = \frac{3}{2}\overline{\mathrm{BC}}$

해설

② $\overline{\mathrm{AC}} = \frac{2}{3}a$

2. 아래 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고 □ABCD와 □A′B′C′D′이 대응하는 면일 때, 닮음비를 $a : b$라 하고, 이 때, x, y의 값을 구하여 $a+b+x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{2}$

해설

대응하는 모서리의 길이의 비가 닮음비와 같으므로

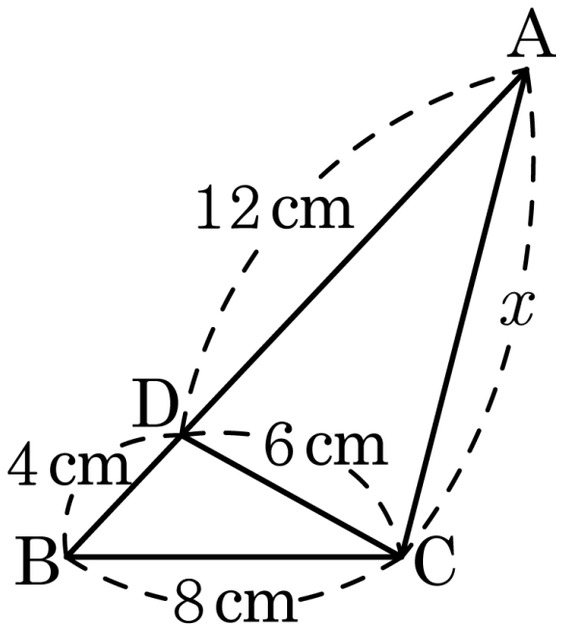
닮음비 $a : b = 6 : 9 = 2 : 3$

$2 : 3 = 3 : x$에서 $x = \frac{9}{2}$

$2 : 3 = 4 : y$에서 $y = 6$

$\therefore\ a+b+x+y = 2+3+\frac{9}{2}+6 = \frac{31}{2}$

3. 다음 그림에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하면? (단, $\overline{CD} = 6cm$)



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{BC} : \overline{BD} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\overline{BA} : \overline{BC} = 16 : 8 = 2 : 1$, $\angle B$는 공통이므로

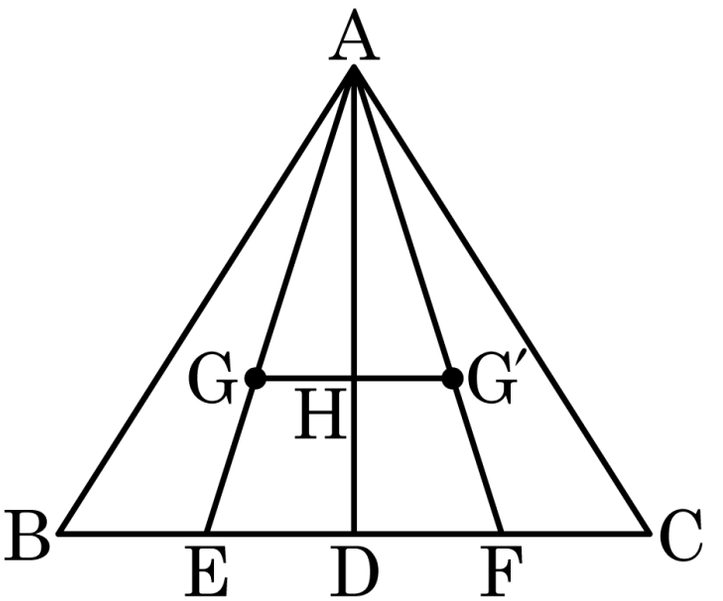
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$

$16 : 8 = x : 6$

$\therefore x = 12$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.
점 D는 $\overline{BC}$ 의 중점이고, 두 점 G, G′ 은 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.
$\overline{BC} = 21\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하면?

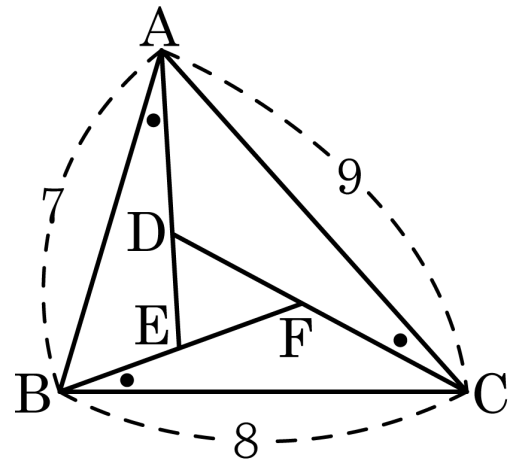


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$$21 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = 7(\,\text{cm})$$

5. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle CBE = \angle ACF$ 이고, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 9$ 일 때, $\overline{DE} : \overline{EF}$ 은?



① $9 : 8$ ② $9 : 7$ ③ $7 : 9$

④ $8 : 7$ ⑤ $7 : 8$

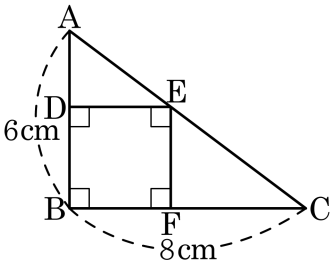
해설

$\triangle ABE$ 에서 $\angle DEF = \angle ABE + \angle BAD = \angle ABC$

$\triangle BCF$ 에서 $\angle EFD = \angle BCF + \angle CBE = \angle BCA$

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음) 이므로 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 7 : 8$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?

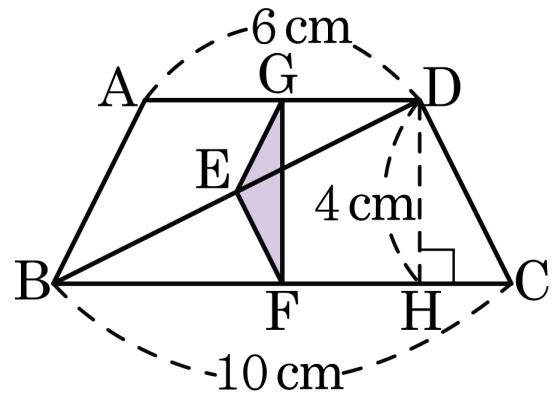


① $\frac{24}{7}\text{cm}$ ② $\frac{26}{7}\text{cm}$ ③ $\frac{7}{2}\text{cm}$
④ $\frac{9}{2}\text{cm}$ ⑤ $\frac{11}{3}\text{cm}$

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$는 공통
$\angle ADE = \angle ABC$ 이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
정사각형의 한 변의 길이를 x (cm) 라 하면
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$
$6 : 8 = (6 - x) : x$
$3 : 4 = (6 - x) : x$
$3x = 24 - 4x$
$\therefore\ x = \frac{24}{7}$

7. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하면?



① $1\,\mathrm{cm}^2$ ② $2\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\,\mathrm{cm}^2$ ④ $4\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $5\,\mathrm{cm}^2$

해설

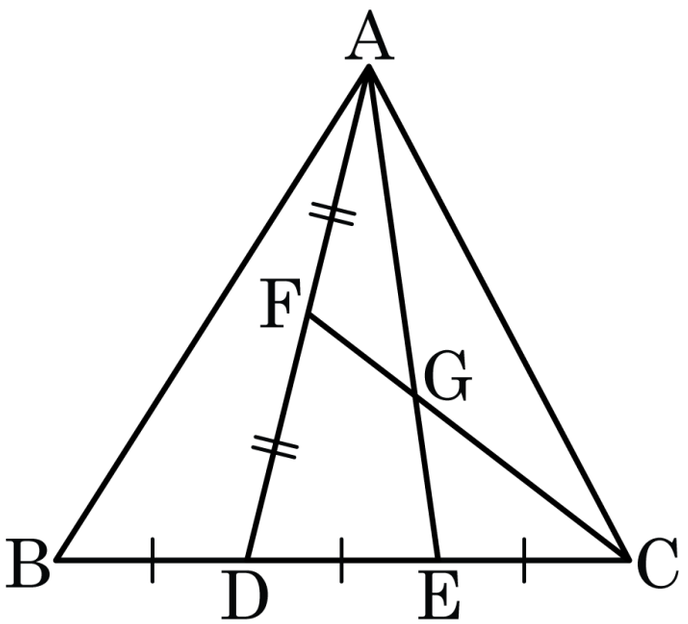
$$\square ABFG = (3+5)\times 4\times \frac{1}{2} = 16(\,\mathrm{cm}^2)$$

$$\square ABEG = \frac{3}{4}\triangle ABD = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 9(\,\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle BEF = \frac{1}{4}\triangle BDC = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 4 = 5(\,\mathrm{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle GEF = \square ABFG - (\square ABEG + \triangle BEF)$$
$$= 16 - (9+5) = 2(\,\mathrm{cm}^2)$$

8. 다음 그림에서 점 D, E 는 $\overline{BC}$ 의 삼등분 점이고, 점 F 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\triangle AFG = 7cm^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $18cm^2$ ② $19cm^2$ ③ $20cm^2$

④ $21cm^2$ ⑤ $22cm^2$

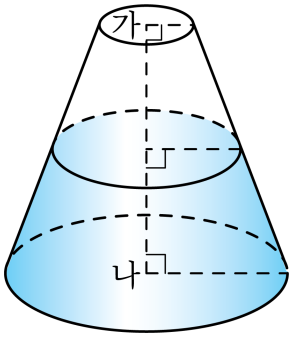
해설

점 G 는 $\triangle ADC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ADE = 3\triangle AFG = 3 \times 7 = 21\,(cm^2)$

$\triangle ABD = \triangle ADE = \triangle AEC = 21\,(cm^2)$

9. 그림과 같이 밑면 (가), (나)의 넓이가 $4\pi\text{cm}^2$, $36\pi\text{cm}^2$ 인 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 원뿔대를 만들려고 한다. 위쪽 원뿔대의 부피가 $14\pi\text{cm}^3$ 일 때, 아래쪽 원뿔대의 부피를 구하면?



① $14\pi\text{cm}^3$ ② $22\pi\text{cm}^3$ ③ $30\pi\text{cm}^3$

④ $38\pi\text{cm}^3$ ⑤ $46\pi\text{cm}^3$

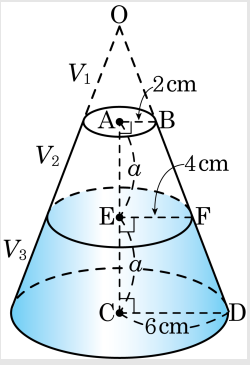
해설

$(\overline{AB})^2\pi = 4\pi$ 에서 $\overline{AB} = 2\text{cm}$, $(\overline{CD})^2\pi = 36\pi$ 에서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이다.

또 $\overline{AB}//\overline{EF}//\overline{CD}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{1}{2}(2+6) = 4\text{cm}$ 이고

$\overline{OA} : \overline{OE} = 2 : 4 = 1 : 2$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{AE}$ 이다.

$\triangle OAB$, $\triangle OEF$, $\triangle OCD$ 를 각각 $\overline{OC}$ 를 축으로 회전시킨 세 원뿔은 모두 닮은 도형이고 닮음비는 $1 : 2 : 3$ 이므로 부피의 비는 $1 : 8 : 27$ 이다.

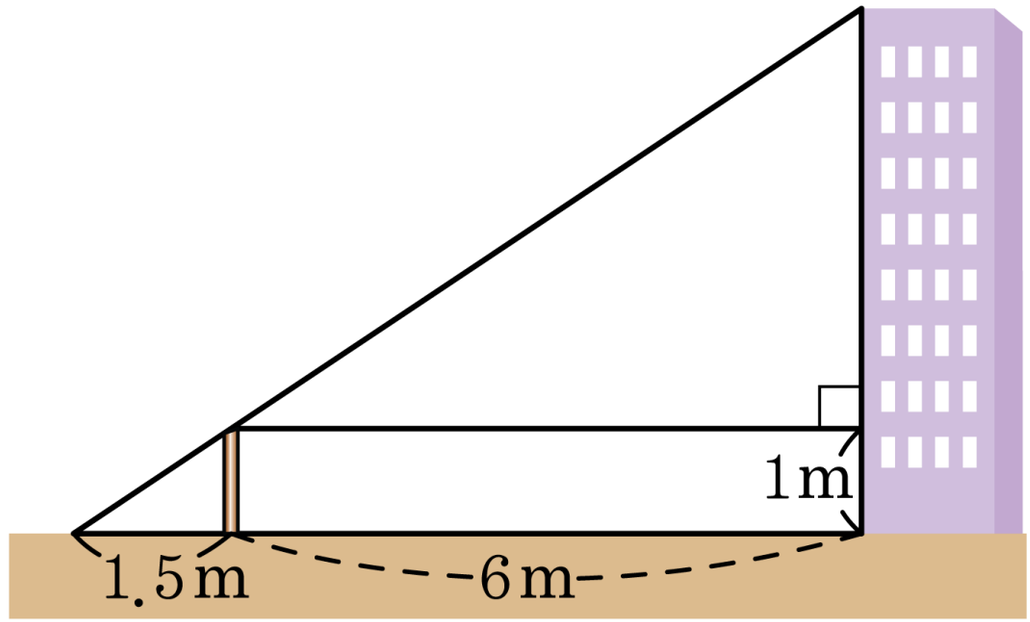


따라서 위의 그림에서 보이는 원뿔과 두 원뿔대의부피를 각각 V , V , V 라고 하면

$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : (2^3 - 1) : (3^3 - 2^3) = 1 : 7 : 19$ 이다.

따라서 $V_3 = \frac{19}{7} \times V_2 = \frac{19}{7} \times 14\pi = 38\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

10. 건물의 높이를 알기위해, 건물로부터 6m 떨어진 곳에 1m 길이의 막대기를 수직으로 세웠더니 다음 그림과 같았다. 건물의 높이는 얼마인가? (단, 막대기의 폭은 생각하지 않는다.)



① 4.5m ② 5m ③ 5.5m ④ 6m ⑤ 7m

해설

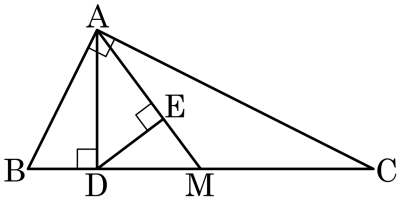
건물의 높이를 x m 라 하자.

$1.5 : 1 = 7.5 : x$

$\therefore \ x = 5$

따라서 건물의 높이는 5m 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고, 점 A 에서 내린 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D , 점 D 에서 $\overline{AM}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하고, $\overline{BD} = 6$, $\overline{DC} = 24$ 일 때 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



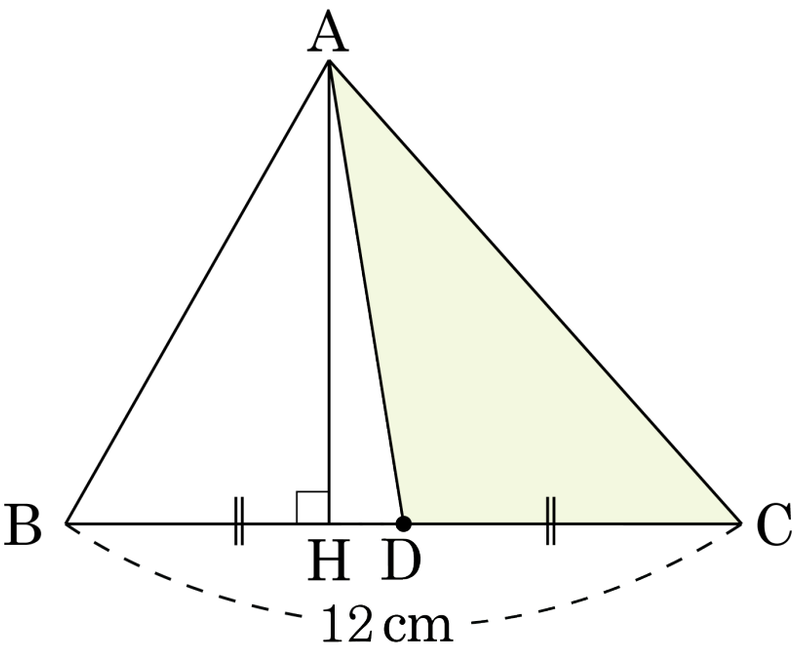
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{5}$

해설

조건에서 $\angle ADB = 90°$, $\angle BAD = \angle ACD$ 이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면
$6 : \overline{AD} = \overline{AD} : 24$
$\overline{AD} = 12$ ($\because$ $\overline{AD} > 0$)
$\angle A$ 가 $90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심 M 은 곧 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 15$
$\overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = 15 - 6 = 9$
$\angle AED = 90°$, $\angle AMD = \angle ADE$ 이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle AMD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AD} : \overline{AM} = \overline{DE} : \overline{MD} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{DE}$ 를 구하면 $12 : 15 = \overline{DE} : 9$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AD}$는 $\triangle ABC$의 한 중선이다.
$\triangle ACD = 16\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{3}\,\mathrm{cm}$

해설

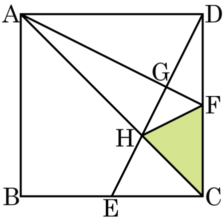
$\triangle ACD = \frac{1}{2}\triangle ABC$ 이므로

$\triangle ABC = 2\triangle ACD = 2 \times 16 = 32(\,\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = 32$

$\therefore\ \overline{AH} = \frac{16}{3}(\,\mathrm{cm})$

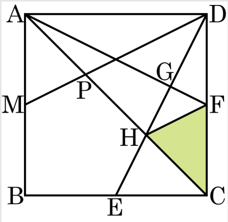
13. 다음 그림은 한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, △HCF 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 3 cm^2

해설



$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면

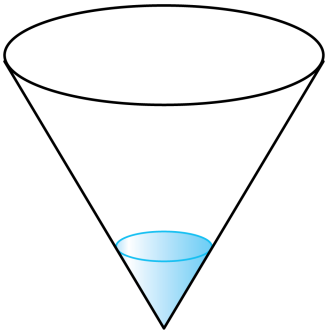
$\overline{AP} = \overline{PH} = \overline{HC}$ 이므로

$\triangle DHC = \frac{1}{3}\triangle ACD$

$\triangle HFC = \frac{1}{2}\triangle DHC$

$$\begin{aligned}\triangle HCF &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ACD \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{12} \times 6 \times 6 = 3\ (cm^2)\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 높이가 20 인 원뿔 모양의 그릇에 일정한 속도로 물을 넣고 있다. 물을 넣기 시작한 지 10 분 후에 물의 높이가 5 였다면 물이 가득 차기 위해서는 몇 분 더 물을 넣어야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 630 분

해설

큰 원뿔과 물이 담겨 있는 부분의 원뿔의 닮음비는 4 : 1 이므로 부피비는 64 : 1
따라서 남은 부피는 물이 담겨 있는 부분의 $64 - 1 = 63$ (배) 이고,
가득 차는 데 걸리는 시간은 $10 \times 63 = 630$ (분) 이다.

15. 실제 거리가 200 m 인 두 지점 사이의 거리를 4 cm 로 나타내는 지도가 있다. 이 지도에서 실제 넓이가 15 km^2 인 땅의 넓이를 구하여라.

① 6000 cm^2 ② 6500 cm^2 ③ 7000 cm^2

④ 7500 cm^2 ⑤ 8000 cm^2

해설

(축척) $= 4 : 20000 = 1 : 5000$

(넓이의 비) $= 1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$

$1 : 25000000 = x : 150000000000$

$x = 6000 \ (cm^2)$