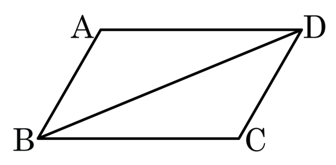
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?



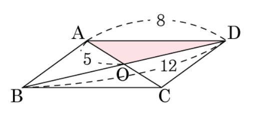
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle$ B = $\boxed{} \cdots$ ㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$
② $\overline{BD}$, $\angle C$
③ $\overline{AB}$, $\angle D$
④ $\overline{CD}$, $\angle D$
⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 8$, $\overline{\mathrm{AO}} = 5$, $\overline{\mathrm{BD}} = 12$ 일 때, $\triangle\mathrm{OAD}$ 의 둘레의 길이는?

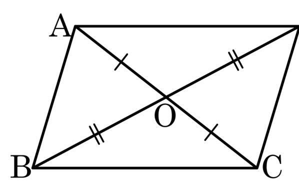


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}} = 6$ 이므로 $\triangle\mathrm{OAD} = 5 + 6 + 8 = 19$ 이다.

3. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB=\angle COD$ ($\boxed{\text{ㄱ}}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB=$ $\boxed{\text{ㄴ}}$ 이므로
$\therefore$ $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}\cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\angle OAD=\angle OCB$ 이므로
$\therefore$ $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

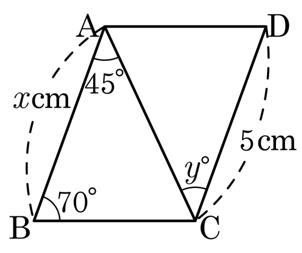
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ: 맞꼭지각, ㄴ: ∠OCD

4. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x = 4,\ y = 40$

② $x = 4,\ y = 45$

③ $x = 5,\ y = 40$

④ $x = 5,\ y = 45$

⑤ $x = 10,\ y = 45$

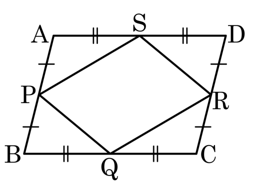
해설

$x = \overline{\mathrm{CD}} = 5(\mathrm{cm})$ 이므로 $x = 5$

$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{DCA}$

$\therefore y = 45$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

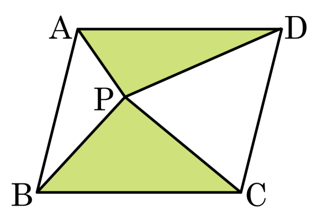
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

6. 다음 그림와 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\square\mathrm{ABCD} = 20\mathrm{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



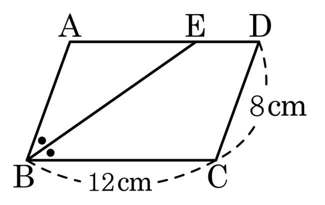
① $3\mathrm{cm}^2$ ② $4\mathrm{cm}^2$ ③ $6\mathrm{cm}^2$
④ $8\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이므로

$\triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다.$\overline{BC} = 12\,cm$, $\overline{CD} = 8\,cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

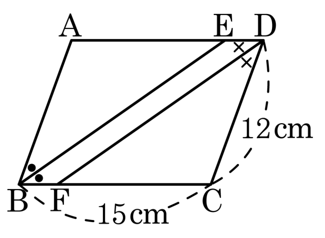


① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\,cm)$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\,cm)$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{BC} = 15cm$, $\overline{DC} = 12cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면 ?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \cdots$ ㉡

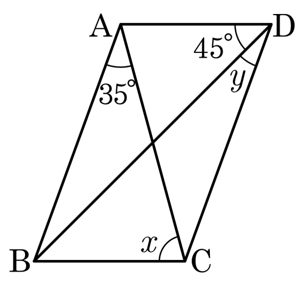
㉠, ㉡에서 □EBFD 는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 △CDF 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{FC} = \overline{DC} = 12cm$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 15 - 12 = 3(cm)$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 35°$, $\angle ADB = 45°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 94° ② 98° ③ 100° ④ 104° ⑤ 108°

해설

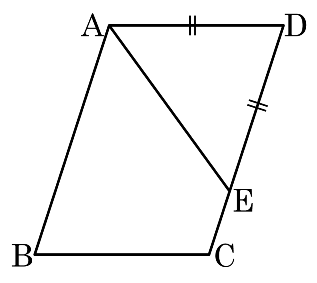
$\angle x = \angle DAC$ (엇각)

□ABCD 에서 $\angle A + \angle D = 180°$ 이므로

$\angle 35° + \angle x + \angle 45° + \angle y = 180°$

$\therefore \angle x + \angle y = 180° - (35° + 45°) = 100°$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?(단, $\overline{AD} = \overline{DE}$)



① 98° ② 112° ③ 124° ④ 126° ⑤ 132°

해설

$\angle A = 180° \times \dfrac{3}{5} = 108°$

$\angle B = 180° \times \dfrac{3}{5} = 72°$

$\angle D = \angle B = 72°$

$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DEA = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

$\therefore \angle AEC = 180° - 54° = 126°$

11. 다음 조건 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\angle A = 70°$, $\angle B = 110°$, $\angle C = 70°$

② $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$

③ $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{CD}$

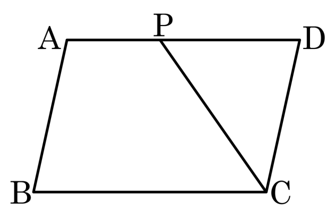
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ 두 대각선의 교점을 O 라고 할 때, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같고 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

12. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle PCD = 30cm^2$ 이고, $\overline{AP} : \overline{PD} = 2 : 3$ 이다. $\square ABCP$ 의 넓이는?



① $60cm^2$　② $70cm^2$　③ $80cm^2$
④ $90cm^2$　⑤ $100cm^2$

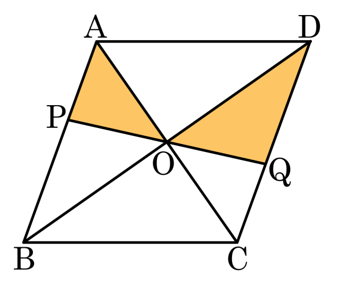
해설

$\triangle PCD = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}\square ABCD$

$\square ABCP = \square ABCD - \triangle PCD = \frac{7}{10}\square ABCD$

$\therefore \square ABCP = \frac{7}{3}\triangle PCD = 70cm^2$

13. 넓이가 $80\,\mathrm{cm}^2$ 인 다음 평행사변형 ABCD 에서 어두운 부분의 넓이는?



① $8\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $15\,\mathrm{cm}^2$

④ $18\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

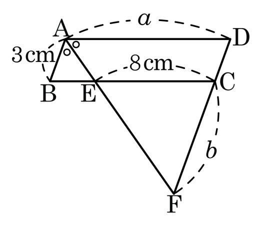
해설

$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)

$\triangle APO + \triangle DQO = \triangle OCD$

$\triangle OCD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 80 = 20(\,\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)

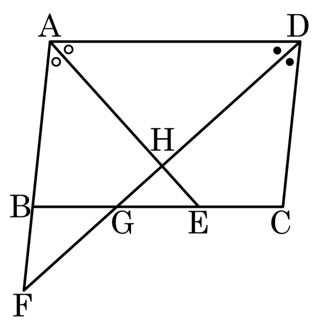
$\triangle\mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 84°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



① $208°$ ② $228°$ ③ $238°$ ④ $248°$ ⑤ $250°$

해설

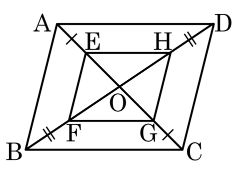
$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 84° = 96°$

$$\begin{aligned}\angle AEC &= 180° - \frac{1}{2}\angle A \\ &= 180° - \frac{1}{2} \times 96° \\ &= 180° - 48° = 132°\end{aligned}$$

$\angle C = \angle A = 96°$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 132° + 96° = 228°$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

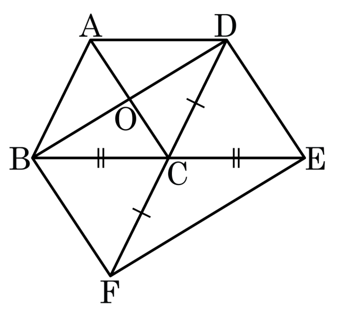
해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$

$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

17. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, ㅁABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

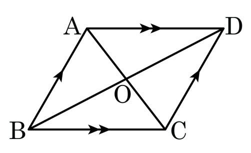
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 ㅁABFC, ㅁACED가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 ㅁBFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2개이다.

18. 평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AB, CD 의 교점을 O 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle \mathrm{OBA} = \angle \mathrm{OCD}$ ② $\triangle \mathrm{OAB} \equiv \triangle \mathrm{OAD}$

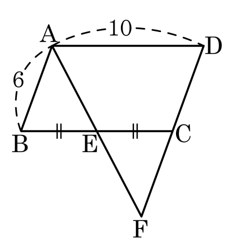
③ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}},\ \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$ ④ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AD}},\ \overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{CD}}$

⑤ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OD}}$

해설

$\triangle \mathrm{AOD}$ 와 $\triangle \mathrm{COB}$ 에서 $\angle \mathrm{DAO} = \angle \mathrm{BCO}$ (엇각)
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ (평행사변형의 대변)
$\angle \mathrm{ADO} = \angle \mathrm{CBO}$ (엇각)
$\therefore\ \triangle \mathrm{AOD} \equiv \triangle \mathrm{COB}$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}},\ \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?



① 8 ② 10 ③ 12

④ 14 ⑤ 16

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCE}$ 에서

$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

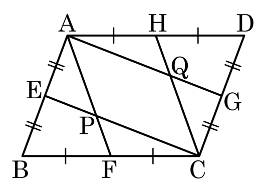
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 6 + 6 = 12$

20. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$ 의 교점을 P , $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{CB}}$

② $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$

③ $\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

④ $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{CG}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AG}} // \overline{\mathrm{EC}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}} \cdots$ ①
$\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{CH}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}} \cdots$ ②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.