

1. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a \odot b = 3a - b$ 라고 할 때, $5x \odot 4y = 4 \odot 5$ 의 해는? (단, x, y 는 자연수)

① $(-1, -2)$

② $(1, -2)$

③ $(1, 2)$

④ $(2, 1)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$$5x \odot 4y = 15x - 4y$$

$$4 \odot 7 = 12 - 5 = 7$$

$$15x - 4y = 7$$

$$\therefore (x, y) = (1, 2)$$

2. $(a, 2a - 3)$ 이 $2x - 3y - 9 = 0$ 의 해일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x = a$, $y = 2a - 3$ 을 주어진 식에 대입하면 $2a - 3(2a - 3) - 9 = 0$
이고, 이를 정리하면 $-4a = 0$

$\therefore a = 0$

3. 아버지의 나이는 아들의 나이보다 30살이 많고, 5년 전에 아버지의 나이는 아들의 나이의 4 배였다. 올해의 아버지의 나이를 x 살, 아들의 나이를 y 살이라고 할 때, x, y 에 대한 연립방정식으로 나타내면?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 5 = 4y - 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 5 = 4(y + 5) \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 5 = 4(y - 5) \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y = 30 \\ x - 5 = 4(y - 5) \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x - y = 30 \\ x + 5 = 4(y + 5) \end{cases}$$

해설

4. 연립방정식 $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ ax - y = -1 \end{cases}$ 을 만족하는 해가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 0

② 3

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

$x + 2y = 5$ 에 $x = 1$ 을 대입, $y = 2 = b$

$ax - y = -1$ 에 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a - 2 = -1$, $a = 1$

$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ 의 해가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 0$

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \cdots \textcircled{1} \\ 3x + y = 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + 2 \times \textcircled{2}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} x - 2y = 3 \\ +) 6x + 2y = 4 \\ \hline 7x \quad \quad = 7 \end{array}$$

$$x = 1 = a, y = -1 = b$$

$$\therefore a + b = 0$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x + 3y = 11 \\ -3x + 4y = 6 \end{cases}$ 을 대입법으로 풀면?

① $x = 2, y = -3$

② $x = -2, y = 3$

③ $x = 2, y = 3$

④ $x = 3, y = 2$

⑤ $x = 3, y = -2$

해설

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} x + 3y = 11 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3x + 4y = 6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 x 에 대하여 풀면 $x = -3y + 11 \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면 $-3(-3y + 11) + 4y = 6$

$$9y - 33 + 4y = 6$$

$$13y = 39$$

$$\therefore y = 3$$

$y = 3$ 을 ㉢에 대입하면 $x = (-3) \times 3 + 11 = 2$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x + 3y = a \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $x = 3y + 4$ 를 만족

시킬 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} 3x + y = 2 & \cdots \textcircled{A} \\ x = 3y + 4 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

의 해는 일차방정식 $2x + 3y = a$ 를 만족시킨다.

$x = 3y + 4$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면

$3(3y + 4) + y = 2$ 이므로 $y = -1$ 이다.

$y = -1$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $x = 1$ 이다. $x = 1, y = -1$ 을

$2x + 3y = a$ 에 대입하면 $a = -1$ 이다.

8. 방정식 $-x + 4y = 6$ 을 만족하는 x, y 의 비가 $2 : 1$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x : y = 2 : 1 \Rightarrow 2y = x$ 를 식에 대입하면

$$-2y + 4y = 6$$

$$y = 3, x = 6$$

$$\therefore x - y = 6 - 3 = 3$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 3(x-y) + 4y = a \\ x + 2(x-2y) = 7 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} 3(x-y) + 4y = a & \cdots \textcircled{1} \\ x + 2(x-2y) = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 을 정리하면 } \begin{cases} 3x + y = a & \cdots \textcircled{3} \\ 3x - 4y = 7 & \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

가 된다.

$$\textcircled{4}\text{식에 } (-1, b) \text{ 를 대입하면 } b = -\frac{5}{2}$$

$$\textcircled{3}\text{식에 } \left(-1, -\frac{5}{2}\right) \text{ 를 대입하면 } a = -\frac{11}{2}$$

$$\therefore a + b = -\frac{11}{2} - \frac{5}{2} = -8$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{5}y = \frac{2}{5} \\ \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3}{4}, y = 2$

② $x = 2, y = \frac{3}{2}$

③ $x = 4, y = \frac{21}{8}$

④ $x = \frac{4}{5}, y = -4$

⑤ $x = \frac{5}{4}, y = 2$

해설

$$\begin{cases} 5x - 4y = 4 \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + 4y = 12 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠ + ㉡ 을 하면 $x = 2, y = \frac{3}{2}$ 이다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x + 0.2y = 1.2 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -2 \end{cases}$ 의 해를 (a, b) 라고 할 때, ab 의 값은??

① -3

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 0.3x + 0.2y = 1.2 & \dots ① \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -2 & \dots ② \end{cases}$$

① $\times 10$, ② $\times 6$ 하면,

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 & \dots ③ \\ 3x - 2y = -12 & \dots ④ \end{cases}$$

③ + ④ 하면, $x = 0 = a$, $y = 6 = b$

$$\therefore ab = 0 \times 6 = 0$$

12. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} \frac{4}{5}x - \frac{6}{5}y = 4 \\ -0.4x + 0.6y = -2 \end{cases}$$

① $x = -1, y = 2$

② 해가 무수히 많다.

③ 해가 없다.

④ $x = 3, y = 2$

⑤ $x = 2, y = 1$

해설

첫 번째 식에 $\times 5$ 를 하면 $4x - 6y = 20$ 이 되고, 두 번째 식에 $\times(-10)$ 을 하면 $4x - 6y = 20$ 이 되어 두 식이 일치하게 되므로 연립방정식의 해가 무수히 많다.

13. A, B 두 사람이 같이 일을 하면 6 일 걸리는 일을 A 가 2 일을 일한 후, 나머지를 B 가 14 일을 일하여 끝마쳤다. A 가 혼자서 일을 한다면 며칠이 걸리겠는가?

- ① 9 일 ② 10 일 ③ 12 일 ④ 15 일 ⑤ 20 일

해설

A, B 가 하루 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 a, b 라 하고, 총 일의 양을 1 이라 하면

$$6a + 6b = 1, 2a + 14b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{9}, b = \frac{1}{18}$ 이다.

따라서 A 가 혼자 일하면 9 일이 걸린다.

14. 20km 떨어진 도시까지 가는 데 처음에는 시속 32km 의 버스를 타고 가다가 중간에서 내려 시속 4km 로 걸어서 전체 1 시간 30 분이 걸렸을 때, 버스로 간 거리를 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 16km

해설

버스로 간 거리를 x km , 걸어서 간 거리 y km 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 20 & \cdots (1) \\ \frac{x}{32} + \frac{y}{4} = \frac{3}{2} & \cdots (2) \end{cases}$$

(2)의 양변에 32를 곱하면 $x + 8y = 48 \cdots (3)$

(3) - (1) 하면 $7y = 28$

$$y = 4$$

$y = 4$ 를 (1)에 대입하면 $x = 16$

$\therefore$ 버스로 간 거리 16km , 걸어서 간 거리 4km

15. 올라가고 내려오는데 총 18km 의 거리를 등산하는 데, 올라갈 때는 시속 3km 의 속력으로 걷고, 내려올 때는 시속 4km 의 속력으로 걸어서 5 시간 20 분이 걸렸다. 내려온 거리는?

① 4km

② 5.2km

③ $5\frac{5}{6}$ km

④ 8km

⑤ 10km

해설

올라간 거리를 x km , 내려온 거리를 y km 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 5\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ 4x + 3y = 64 \end{cases}$$

방정식을 풀면 $x = 10$, $y = 8$

$\therefore$ 내려온 거리는 8km

16. 연립방정식
$$\begin{cases} 3ab + 2bc + ca = 9abc \\ ab + 3bc - 2ca = 10abc \\ 5ab + 4bc - 3ca = 25abc \end{cases}$$
 의 해를 구하여라 (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -\frac{1}{2}$

▷ 정답 : $c = \frac{1}{3}$

해설

각 변을 abc 로 각각 나누면

$$\begin{cases} \frac{3}{c} + \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 9 \\ \frac{1}{c} + \frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 10 \\ \frac{5}{c} + \frac{4}{a} - \frac{3}{b} = 25 \end{cases}$$

$\frac{1}{a} = A, \frac{1}{b} = B, \frac{1}{c} = C$ 로 놓으면 주어진 식은

$$\begin{cases} 2A + B + 3C = 9 & \dots\dots ① \\ 3A - 2B + C = 10 & \dots\dots ② \\ 4A - 3B + 5C = 25 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

① $\times 2 + ②$ 에서 $7A + 7C = 28$

$\therefore A + C = 4 \dots ④$

① $\times 3 + ③$ 에서 $10A + 14C = 52$

$\therefore 5A + 7C = 26 \dots\dots ⑤$

④ $\times 5 - ⑤$ 에서 $-2C = -6 \therefore C = 3$

$C = 3$ 을 ④ 에 대입하면 $A = 1$

$A = 1, C = 3$ 을 ① 에 대입하면 $B = -2$

즉, $A = 1, B = -2, C = 3$ 이므로

$$a = 1, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{3}$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -2 \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ 를 바르게 풀면 해가 $x = 1, y = 2$

이 나오는데, 수련이는 상수 a, b 를 바꿔 놓고 풀어서 해가 (m, n) 이 나왔다. 이때, $x = m, y = n$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} ax + by = -2 \\ bx + ay = 5 \end{cases} \quad \text{에 } x = 1, y = 2 \text{ 를 대입하면}$$

$$\begin{cases} a + 2b = -2 \\ b + 2a = 5 \end{cases} \quad \text{가 나오고, 이를 연립하면 } a = 4, b = -3 \text{ 이}$$

나온다.

$$\text{수련이가 푼 방정식은 } \begin{cases} bx + ay = -2 \\ ax + by = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 } a = 4, b = -3$$

을 대입하면 $x = 2, y = 1$ 가 나온다. 따라서 $m + n = 2 + 1 = 3$ 이 된다.

18. 연립방정식
$$\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m - 1)x + 4 \end{cases}$$

을 만족하는 (x, y) 가 적어도 한 쌍

존재하기 위한 실수 m 의 값은?

① 모든 실수

② $m \neq 0$

③ $m \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 수

④ $m \neq 1$ 인 모든 수

⑤ m 의 값이 없다.

해설

연립방정식은 두 방정식의 그래프가 평행한 직선이 아니면 해를 갖는다.

두 직선이 평행인 경우는 기울기가 같아야 하므로 $m = 2m - 1$ 에서 $m = 1$ (두 직선은 m 에 관계없이 y 절편이 다르므로 일치할 수 없다.)

따라서, 구하는 m 의 값은 $m \neq 1$ 인 모든 수

해설

두 식을 정리하면

$$mx - y + 3 = 0, (2m - 1)x - y + 4 = 0$$

적어도 한쌍의 해를 가질 조건은

$$\frac{m}{2m-1} \neq \frac{-1}{-1} \text{에서 } m \neq 1 \text{인 모든 수}$$

19. 두 자리의 자연수 a, b 가 있다. a 는 5 의 배수이고 b 보다 9 가 크다. 또, b 의 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수는 a 보다 27 이 크다. a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 35$

▷ 정답 : $b = 26$

해설

a 는 b 보다 9 가 크므로 $a = b + 9 \cdots \textcircled{㉠}$

b 의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$b = 10x + y \cdots \textcircled{㉡}$ 이고,

일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수 $10y + x$ 는 a 보다 27 이 크므로

$10y + x = a + 27$ 이다.

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $a = 10x + y + 9$ 이고 $10y + x = a + 27$ 에 대입하면

$10y + x = 10x + y + 9 + 27$ 이다.

따라서 $y = x + 4 \cdots \textcircled{㉢}$ 이다.

$\textcircled{㉠}$ 에서 a 는 두 자리의 자연수이므로

$10 \leq b + 9 \leq 99$ 이다.

따라서 $1 \leq b \leq 90$

또, b 도 두 자리의 자연수이므로 $10 \leq b \leq 90$ 이다.

$10 \leq 10x + y \leq 90$ 이면서 $\textcircled{㉢}$ 을 만족하는 x, y 는

$(x, y) = (1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 8), (5, 9)$

따라서 $b = 15, 26, 37, 48, 59$

이 때, $a = 24, 35, 46, 57, 68$ 이고, 이 중에서 5 의 배수는 35 뿐이므로

$a = 35, b = 26$ 이다.

20. 중고 서점에서 200 권의 책을 1 권에는 120 원, 3 권 묶음에는 280 원, 5 권 묶음에는 400 원에 팔려고 하는데, 이 책을 다 팔면 총 16640 원이 남는다고 한다. 책 3 권 묶음을 될 수 있는 한 적게 만든다고 할 때, 책 5 권 묶음의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

1 권짜리가 x 개, 3 권 묶음이 y 개, 5 권 묶음이 z 개가 있다고 하면

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 200 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 120x + 280y + 400z = 16640 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} \times 120 - \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$80y + 200z = 7360, \quad 2y + 5z = 184$$

즉, $5z = 2(92 - y)$ 이다.

여기서 $92 - y$ 는 5 의 배수이므로 y 가 가장 작으려면 $y = 2, z = 36$ 이다.

따라서 책 5 권 묶음의 개수는 36 개이다.